

УДК 52-17

## Коррекция наблюдательной селекции при анализе статистики экзопланет, открытых методом лучевых скоростей

*В.И. Ананьева, А.В. Тавров, О.И. Кораблев, А.А. Саламашкина*

ИКИ РАН, ул. Профсоюзная, 84/32, Москва, 117997, Россия  
a-lada@yandex.ru

Поступила в редакцию 2 октября 2023 г.

**Аннотация.** Предложен усовершенствованный метод коррекции наблюдательной селекции при изучении статистики экзопланет, открытых методом лучевых скоростей. Проведена проверка предложенного метода через численное моделирование планет, распределение которых по массам следует степенному закону с показателем степени  $-1$ ,  $-1.5$ ,  $-2$ ,  $-2.5$ ,  $-3$ . Для оценки обнаружимости планет использовались периодограммы Ломба–Скаргла. Показано, что предложенный алгоритм, учитывающий количество измерений лучевой скорости, успешно восстанавливает распределение экзопланет по минимальным массам.

**Ключевые слова:** экзопланеты, метод лучевых скоростей, наблюдательная селекция

### 1 Введение

Метод лучевых скоростей (radial velocity, RV) – один из наиболее результативных методов поиска экзопланет, с помощью которого также можно надежно определять массы транзитных планет. На начало сентября 2023 года RV-методом открыто свыше тысячи экзопланет. Этого количества достаточно, чтобы проводить анализ статистических распределений, в частности, по массам и орбитальным периодам. Однако распределения, полученные непосредственно из каталогов (например, NASA Exoplanet Archive, Encyclopaedia of Extrasolar Planets), значительно искажены наблюдательной селекцией. Планеты, перечисленные в каталогах, были обнаружены на спектрографах с разным уровнем инструментальной погрешности и с разным количеством измерений лучевой скорости, наблюдательными программами различной продолжительности, у звезд с разным уровнем активности. Все это делает существующие каталоги существенно неоднородными.

Для коррекции этой неоднородности был предложен алгоритм “регуляризации окна обнаруживаемости” (detectability window regularization algorithm) (Ivanova et al., 2021), который для краткости мы будем называть далее по тексту методом “окна видимости”. В основе метода лежит матрица, каждый элемент которой представляет собой вероятность обнаружения планеты с данным орбитальным периодом и минимальной массой ( $P, m$ ) при помощи совокупности наблюдательных программ. Для учета наблюдательной селекции каждая известная экзопланета учитывается со статистическим весом, обратным вероятности ее обнаружения.

Первые публикации по изучению статистики экзопланет игнорировали неоднородность наблюдательных данных. Так, Butler et al. (2006) построили распределение по минимальным массам известных на тот момент 167 экзопланет и аппроксимировали его степенным законом  $dN/dm \propto m^{-1.1}$ , не принимая во внимание различия наблюдательных программ. Marcy et al. (2005) попытались решить эту проблему, рассматривая только планеты, открытые на обсерваториях Лик (Lick Observatory) и Кек (W.M. Keck Observatory) с помощью спектрографов с одинаковой инструментальной погрешностью единичного измерения 3 м/с, рассмотрев в итоге 104 планеты из 152, известных к тому моменту. Marcy et al. (2005) нашли, что распределение следует степенному закону  $dN/dm \propto m^{-1}$ .

Рассматривая распределение по массам планет, вращающихся вокруг 166 солнцеподобных звезд, наблюдавшихся на обсерватории Кек с помощью спектрографа HIRES, Howard et al. (2010) ввели “функцию полноты” (completeness function)  $C(P, m)$  как долю звезд, гарантированно не имеющих

рядом с собой планеты с данным периодом и минимальной массой. Howard et al. (2010) показали, что распределение планет с периодами менее 50 суток по массам можно аппроксимировать степенным законом  $dN/d \log(m) \propto m^{-0.48^{+0.12}_{-0.14}}$ , что соответствует  $dN/dm \propto m^{-0.48^{+0.12}_{-0.14}}$ .

Tuomi et al. (2019) проанализировали 23473 отдельных измерений лучевой скорости 426 красных карликов, полученных спектрографами HARPS, HIRES, PFS, UVES и др. Чтобы учесть различную продолжительность и чувствительность наблюдательных программ, для каждой наблюдаемой звезды была введена функция вероятности обнаружения (detection probability function)  $p_i(\Delta m, \Delta P)$ , которая может принимать дискретные значения 0 или 1 (1 – если полученные данные допускают существование планеты в области масс и орбитальных периодов  $(\Delta m, \Delta P)$  и 0 – если не допускают). Общая функция вероятности обнаружения планет  $f_p(\Delta m, \Delta P)$  была определена суммированием всех  $p_i(\Delta m, \Delta P)$  по числу наблюдаемых звезд ( $N = 426$ , Tuomi et al., 2019):

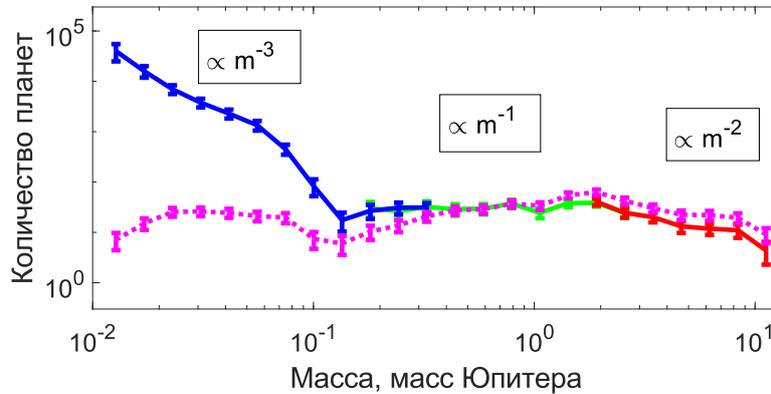
$$f_p(\Delta m, \Delta P) = 1/N \sum_{i=1}^N p_i(\Delta m, \Delta P). \quad (1)$$

Диапазоны масс и орбитальных периодов  $(\Delta m, \Delta P)$  были представлены сеткой  $8 \times 8$ , где орбитальные периоды занимали интервал  $P = 1 \div 10^4$  суток, а минимальные массы  $m = 1 \div 10^3$  масс Земли.

Tuomi et al. (2019) не ставили перед собой цель исследовать распределение планет по массам, но стремились определить их распространенности у М-звезд. Однако предложенный Tuomi et al. (2019) метод после определенной модификации был взят за основу для изучения распределения RV-планет по массам у звезд всех типов. Для вычисления матрицы “окна видимости” ранее применялся эмпирический подход (Ananyeva et al., 2022, 2023). Для каждой звезды с открытой планетой/планетами для оценки уровня шума использовалось среднее отклонение от наилучшей кеплеровской кривой  $\sigma(O - C)$  и полная продолжительность наблюдений  $T$ . Гипотетическая планета с орбитальным периодом и массой  $(P, m)$  считалась обнаруживаемой, если одновременно выполнялось два условия: ее орбитальный период  $P$  был меньше, чем удвоенное полное время наблюдений, а полуамплитуда колебаний лучевой скорости  $K$ , вызванных влиянием планеты, была больше, чем произведение  $\sigma(O - C)$  на числовой параметр  $\gamma$ :

$$\left. \begin{array}{l} P \leq 2T \\ K \geq \gamma \sigma(O - C) \end{array} \right\}. \quad (2)$$

Параметр  $\gamma$  определялся эмпирически на основании оценок отношения  $K/\sigma(O - C)$  для реальных планет. В итоге было принято три значения  $\gamma$  в зависимости от масс планет:  $\gamma = 0.75$  для планет с массами меньше 0.14 масс Юпитера,  $\gamma = 1.6$  для планет с массами от 0.14 до 1.7 масс Юпитера и  $\gamma = 2$  для планет с массами от 1.7 до 13 масс Юпитера.



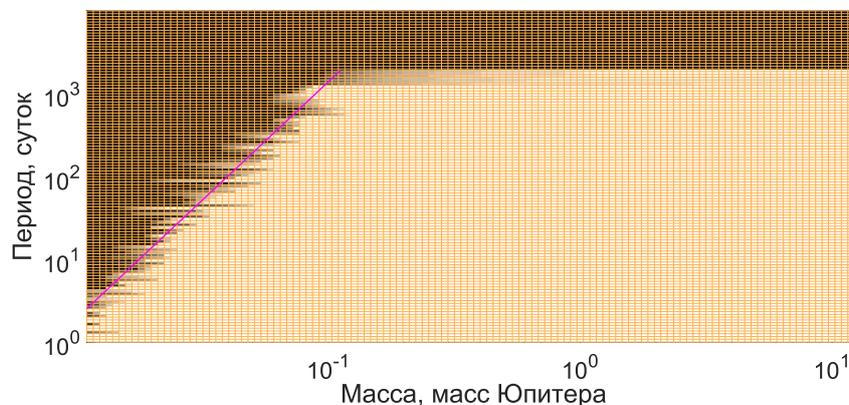
**Рис. 1.** Составное скорректированное методом “окна видимости” распределение по массам планет, обнаруженных методом лучевых скоростей. Малиновой пунктирной линией показано нескорректированное распределение

Этот подход позволил построить составное скорректированное распределение экзопланет по минимальным массам, которое описывается кусочной функцией, состоящей из трех степенных законов (рис. 1).

Эмпирический подход не учитывал в явном виде разное количество измерений лучевой скорости родительской звезды, которое особенно важно при поиске планет малых масс. Для учета этой важной величины был разработан новый подход.

## 2 Метод коррекции наблюдательной селекции с учетом количества измерений лучевой скорости

Целью настоящей работы является изучение распределения планет малых масс, поэтому рассматривались только планеты с орбитальными периодами короче 100 суток. У планет малых масс с большими орбитальными периодами полуамплитуда колебаний лучевой скорости  $K$  становится слишком малой, так что соответствующие элементы матрицы “окна видимости” становятся равны нулю, и коррекция оказывается невозможной. Диапазон масс от 0.0061 до 0.21 масс Юпитера (1.94–66.6 масс Земли) и диапазон периодов от 1 до 100 суток были разделены на 60 интервалов, равных в логарифмическом масштабе. В середину каждой ячейки помещалась искусственная планета. Для каждой такой планеты вычислялась полуамплитуда колебаний лучевой скорости  $K$  и моделировался RV-сигнал в предположении круговой орбиты, который затем смешивался с гауссовым шумом. Далее строилась периодограмма Ломба–Скаргла. Планета считалась обнаруживаемой, если соответствующий пик на периодограмме имел достоверность выше 99% (вероятность ложного срабатывания меньше 1%). Поскольку высота пика может зависеть от начальной фазы планеты (ее положения на орбите), для каждой искусственной планеты расчет проводился для 24 различных начальных фаз (с шагом  $15^\circ$ ) с последующим усреднением (рис. 2).



**Рис. 2.** Пример единичного окна видимости для звезды солнечной массы, для которой получено  $N = 100$  измерений лучевой скорости, а полное время наблюдений  $T$  составляет 1000 суток. RV-сигналы искусственных планет смешивались с гауссовым шумом со стандартным отклонением  $\sigma = 3$  м/с. Малиновой линией показана аппроксимация границы обнаружимости степенным законом

Граница между искусственными планетами, которые можно и нельзя обнаружить, аппроксимируется степенным законом  $m \sim P^{1/3}$ , что соответствует  $K = \text{const}$ . Было показано, что для каждого значения количества измерений лучевой скорости  $N$  существует такое  $\gamma$ , что для планет с  $K > \gamma \cdot \sigma$  они будут обнаружены, а с  $K < \gamma \cdot \sigma$  не будут, т. е. существует свое пороговое значение  $\gamma(N)$ .

Чтобы определить характер зависимости  $\gamma(N)$ , были проведены расчеты  $\gamma$  для  $N = 50, 60, 75, 100, 150, 200, 300, 400$  и 800 измерений лучевой скорости, по десять прогонов для каждого значения  $N$ . Полученная зависимость была аппроксимирована степенным законом  $\gamma(N) = 15.85 \cdot N^{-0.63}$  (рис. 3).

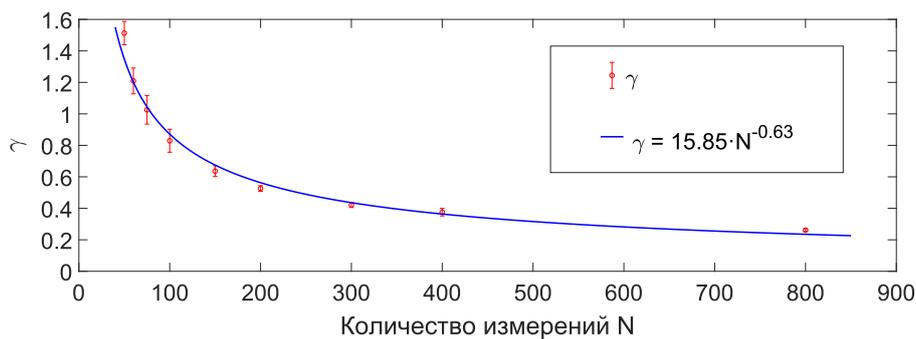


Рис. 3. Аппроксимация зависимости  $\gamma(N)$  степенным законом

### 3 Проверка алгоритма путем численных экспериментов

Для проверки корректной работы алгоритма были случайным образом сгенерированы  $2 \cdot 10^4$  планет с массами от 0.0061 до 0.21 масс Юпитера и орбитальными периодами от 1 до 100 суток. Распределение планет по массам следовало степенному закону  $\sim m^\alpha$ , где  $\alpha$  принимала значения  $-1, -1.5, -2, -2.5$  и  $-3$ , а по периодам – степенному закону с показателем степени  $-1$  ( $\sim P^{-1}$ ).

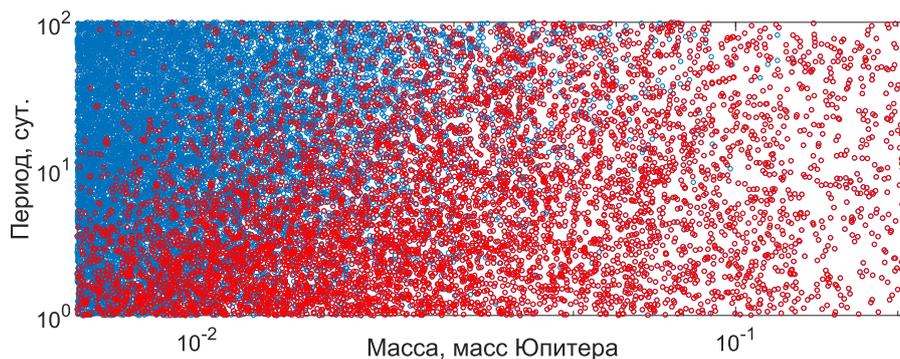


Рис. 4. Случайным образом сгенерированная совокупность планет на диаграмме “минимальная масса – орбитальный период”. Синим цветом показаны планеты с  $K < \gamma \cdot \sigma$ , которые, скорее всего, не будут обнаружены с помощью периодограмм Ломба – Скаргла, красным – планеты с  $K > \gamma \cdot \sigma$ , которые, скорее всего, будут обнаружены

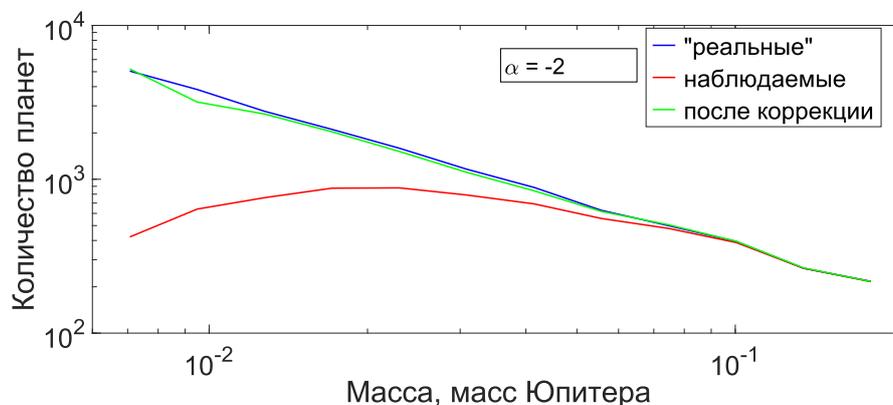


Рис. 5. Первоначальное (“реальное”) распределение планет по массам показано синей линией. Красной линией показано распределение обнаруживаемых планет, зеленой – распределение, скорректированное новым алгоритмом

На рис. 4 синим цветом показан пример сгенерированной совокупности планет, распределение которых по массам следует степенному закону с показателем степени  $-2$ .

Чтобы оценить возможность обнаружения этих планет, были проанализированы 248 реальных RV-планет с массами от 0.0061 до 0.21 масс Юпитера с учетом количества измерений лучевой скорости  $N$  и среднего отклонения от наилучшей кеплеровской кривой  $\sigma(O - C)$ . На основе этой выборки было сгенерировано  $2 \cdot 10^4$  сетов наблюдательных данных с параметрами, близкими к реальной выборке. Далее оценивалось, будет ли обнаружена каждая из сгенерированных планет. Планета считалась обнаруживаемой, если полуамплитуда вызываемых ею колебаний лучевой скорости  $K$  превышала  $\gamma(N) \cdot \sigma(O - C)$ . Обнаруженные планеты показаны на рис. 4 красным цветом.

На рис. 5 представлено скорректированное распределение планет, показанных на рис. 4, полученное после применения к распределению “видимых” планет нового алгоритма.

## 4 Заключение

Предложенный численный алгоритм коррекции наблюдательной селекции с учетом разного количества измерений лучевой скорости может применяться для коррекции наблюдательной селекции реальных планет, обнаруженных методом лучевых скоростей.

## Литература

- Ananyeva V.I., Ivanova A.E., Shashkova I.A., et al., 2022. *Astron. Rep.*, vol. 66, no. 10, pp. 886–917.
- Ananyeva V., Ivanova A., Shashkova I., et al., 2023. *Atmosphere*, vol. 14, no. 2.
- Butler R.P., Wright J.T., Marcy G.W., et al., 2006. *Astrophys. J.*, vol. 646, no. 1, p. 505.
- Howard A.W., Marcy G.W., Johnson J.A., et al., 2010. *Science*, vol. 330, no. 6004, pp. 653–655.
- Ivanova A.E., Yakovlev O.Y., Ananyeva V.I., et al., 2021. *Astron. Lett.*, vol. 47, no. 1, pp. 43–49.
- Marcy G., Butler R.P., Fischer D., et al., 2005. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, vol. 158, pp. 24–42.
- Tuomi M., Jones H.R.A., Anglada-Escud'e G., et al., 2019. *arXiv: Earth and Planetary Astrophysics*.

## Correction of observational selection when analyzing statistics of exoplanets discovered by the radial velocity technique

*V.I. Ananyeva, A.V. Tavrov, O.I. Korablev, A.A. Salamashkina*

Space Research Institute (IKI) of the Russian Academy of Sciences, Profsoyuznaya, 84/32, Moscow 117997, Russia  
*a-lada@yandex.ru*

**Abstract.** We propose an improved method for correcting the observational selection when studying the statistics of exoplanets discovered by the radial velocity technique. We tested the proposed method through the numerical modeling of planets whose mass distribution follows a power law with a degree exponent of  $-1$ ,  $-1.5$ ,  $-2$ ,  $-2.5$ ,  $-3$ . The Lomb–Scargle periodograms were used to evaluate the detectability of planets. It is shown that the proposed algorithm, taking into account the number of radial velocity measurements, successfully reconstructs the exoplanet distribution by minimum masses.

**Key words:** exoplanets, radial velocity technique, observational selection