

УДК 523.9-36, 523.923, 523.927

## Гелиосейсмические модели Солнца с программой MESA

*С.В. Аюков, И.В. Миронова*

Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Университетский пр., 13, г. Москва, Россия  
*s.ayukov@gmail.com*

Поступила в редакцию 1 октября 2016 г.

**Аннотация.** Пакет программ MESA – открытый код для расчета звездной эволюции, который активно развивается авторами и интернет-сообществом. В нем реализована возможность учета большого количества физических процессов в звездах. Мы применяем код MESA для расчета стандартной модели Солнца и сравниваем с моделью, рассчитанной кодом HPCSE (ГАИШ МГУ). Модели достаточно близки, что указывает на хорошее качество обоих кодов. Также с помощью MESA рассчитана модель, в которой внесены изменения в микрофизику (ядерные реакции и непрозрачности). С помощью этих изменений модель с низким содержанием тяжелых элементов приведена в согласование с гелиосейсмическими данными (глубина конвективной зоны, плотность и скорость звука, содержание гелия в конвективной зоне). Аналогичная модель HPCSE лучше воспроизводит гелиосейсмические данные, но в коде HPCSE больше возможностей по подбору модификаций.

HELIOSEISMIC SOLAR MODELS WITH THE MESA EVOLUTION CODE, by *S.V. Ayukov, I.V. Mironova*. The MESA software package is an open source code for computing stellar evolution which is being actively developed by authors and Internet community. It allows many physical processes to be taken into account which occur inside the stars. We apply the MESA code to the task of computing standard solar model and to compare results with a model computed by HPCSE (code developed at Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University). Models are quite close to each other what confirms quality of both evolution codes. We also use MESA to compute a model which includes modification of opacity and nuclear reaction rates. With proper modifications the solar model with low heavy element abundances conforms to current helioseismic results including convection zone depth, density, sound speed, helium abundance. Similar HPCSE model is closer to helioseismic results because the HPCSE code fits better to introduce modifications into physics.

**Ключевые слова:** Солнце, внутреннее строение, гелиосейсмология

---

### 1 Введение

Целью работы было получение модели Солнца с помощью набора программ MESA (Пакстон и др., 2011, 2013), которая бы воспроизводила основные характеристики внутреннего строения Солнца (известные из гелиосейсмологии) при низком содержании тяжелых элементов. Совре-

менные данные о химическом составе Солнца AGSS09 (Асплунд и др., 2009) указывают, что количество тяжелых элементов во внешних слоях значительно меньше, чем считалось ранее (проблема low Z). Так, в смеси GS98 (Гревесси, Ноэлс, 1993) отношение  $Z/X = 0.0244$ , в то время как в AGSS09  $Z/X = 0.0181$ ; вследствие этого модели с новой смесью AGSS09 имеют более низкое общее содержание элементов тяжелее гелия. Модели внутреннего строения Солнца, рассчитанные с новыми данными о химическом составе, не согласуются с гелиосейсмическими данными по глубине конвективной зоны (КЗ), плотности в конвективной зоне, скорости звука под конвективной зоной.

В данной работе с помощью MESA рассчитаны две модели Солнца. Одна из них – стандартная модель с low Z смесью (AGSS09). Вторая содержит небольшие коррекции в непрозрачностях и сечении реакции  $p+p$ , которые улучшают согласие модели с гелиосейсмическими данными. Эти модели сравниваются с аналогичными по физике моделями, рассчитанными программой HPCSE. Данная программа разработана в ГАИШ одним из авторов (С.В. Аюковым) и предназначена для моделирования строения и эволюции Солнца.

Проект MESA (Modules for Experiments in Stellar Astrophysics) представляет собой обширный комплекс программ, созданный группой зарубежных астрофизиков (в основном американских) для расчетов внутреннего строения звезд и их эволюции с учетом всех последних достижений и данных в этой области. Основные авторы проекта: В. Paxton, L. Bildsten, A. Dotter, P. Lesaffre, F. Timmes. Ценность проекта заключается в открытости кодов и возможности их самостоятельного использования, а также добавления собственных модулей. Подробно манифест проекта изложен в работах (Пакстон и др., 2011, 2013) и на сайте (<http://mesa.sourceforge.net/>). В целом проект больше ориентирован на расчеты звезд, однако годится и для построения моделей Солнца на современном уровне.

## 2 Модели Солнца

Как известно, расчет стандартной солнечной модели отличается от расчета произвольной звезды, так как нуждается в процедуре калибровки. Калибровка состоит в подборе трех свободных параметров так, чтобы при современном возрасте Солнца (в частности 4.6 миллиарда лет в данном сравнении) получались его наблюдаемые светимость, радиус и известное из наблюдений отношение  $Z/X$  во внешних слоях. Эти свободные параметры – начальные содержания водорода  $X_0$  и элементов тяжелее гелия  $Z_0$ , а также параметр теории конвекции  $\alpha$ . Процедура калибровки имеется как в MESA, так и в наших кодах, но в данном случае параметры моделей MESA подбирались с помощью нашей процедуры калибровки, т. к. в коде MESA точность калибровки недостаточна. Относительная точность калибровки в моделях HPCSE  $10^{-8}$ , в моделях MESA мы ограничились  $10^{-5}$ . Большая точность калибровки радиуса звезды нужна при расчете частот колебаний, но в данной работе частоты не рассчитывались. Модели рассчитаны с одним и тем же отношением  $Z/X$  на поверхности, соответствующим AGSS09. В HPCSE использованы уравнение состояния SAHA-S (Грязнов и др., 2006, 2013; Батурин и др., 2013) и непрозрачности OPAL (Иглесиас, Роджерс, 1996). В коде MESA использованы уравнение состояния OPAL (Роджерс, Найфонов, 2002) и непрозрачности OPAL. Немного отличаются ядерные реакции: в MESA включены обновленные данные по скоростям реакций CNO-цикла, в остальном скорости реакций взяты по NACRE'99 (Ангуло и др., 1999); в HPCSE использованы сечения реакций по (Адельбергер и др., 2011).

В данной работе рассчитаны и сравнены между собой четыре модели (табл. 1). Первая (HPCSE standard) – стандартная модель с низким содержанием тяжелых элементов, рассчитанная HPCSE. Вторая (MESA standard) – аналогичная модель, рассчитанная комплексом программ MESA. Модель HPCSE seismic – это эволюционная модель Солнца с несколько измененной физикой. В ней введена небольшая коррекция непрозрачностей и сечения  $pp$ -реакции. В

остальном это стандартная модель, тоже с низким содержанием тяжелых элементов. Сечение pp-реакции увеличено на 5.1 %, коррекция непрозрачностей имеет сложный характер: она максимальна близ дна КЗ (увеличение на 6 %) и плавно спадает к точке  $\lg T = 6.9$ ; в более глубоких слоях непрозрачность уменьшена по сравнению со стандартной на 2 %. Такая коррекция в микрофизике задачи позволяет получить модель Солнца с низким  $Z$ , согласующуюся с гелиосейсмическими результатами. Аналогичная модель для MESA (MESA seismic в табл. 1) рассчитана с более простыми модификациями: сечение pp-реакции увеличено на 7 %, а непрозрачность увеличена на 5 % в диапазоне  $\lg T = 6.4-6.8$ . В отличие от модели HPCSE seismic, параметры модификации микрофизики подбирались не так детально.

**Таблица 1.** Свойства моделей Солнца

	HPCSE standard	MESA standard	HPCSE seismic	MESA seismic
Параметр теории конвекции $\alpha$	1.94764	1.78436	1.99852	1.82583
Начальное содержание водорода $X_0$	0.71816	0.71728	0.71748	0.71311
Начальное содержание тяжелых элементов $Z_0$	0.01498	0.01515	0.01483	0.01492
Отношение $Z/X$ в КЗ	0.01812	0.01813	0.01812	0.01812
Массовая доля гелия в КЗ $Y_{cz}$	0.23750	0.23878	0.24000	0.24453
Осаждение гелия из КЗ $\Delta Y$	0.02936	0.02879	0.02769	0.02744
Массовая доля тяжелых элементов в КЗ $Y_{cz}$	0.01357	0.01355	0.01353	0.01345
Осаждение тяжелых элементов из КЗ $\Delta Z$	0.00141	0.00160	0.00130	0.00147
Масса на $r/R=0.75 M_{75}$	0.98322	0.98340	0.98220	0.98221
Положение дна КЗ $r_{cz}/R$	0.72152	0.72417	0.71330	0.71946
Массовая доля водорода в центре $X_c$	0.34733	0.35483	0.34792	0.35211
Массовая доля тяжелых элементов в центре $Z_c$	0.01554	0.01625	0.01539	0.01600
Плотность в центре $\rho_c$ , г/см <sup>3</sup>	152.711	150.354	151.313	148.102
Температура в центре $T_c$ , млн К	15.5791	15.5605	15.4612	15.4543

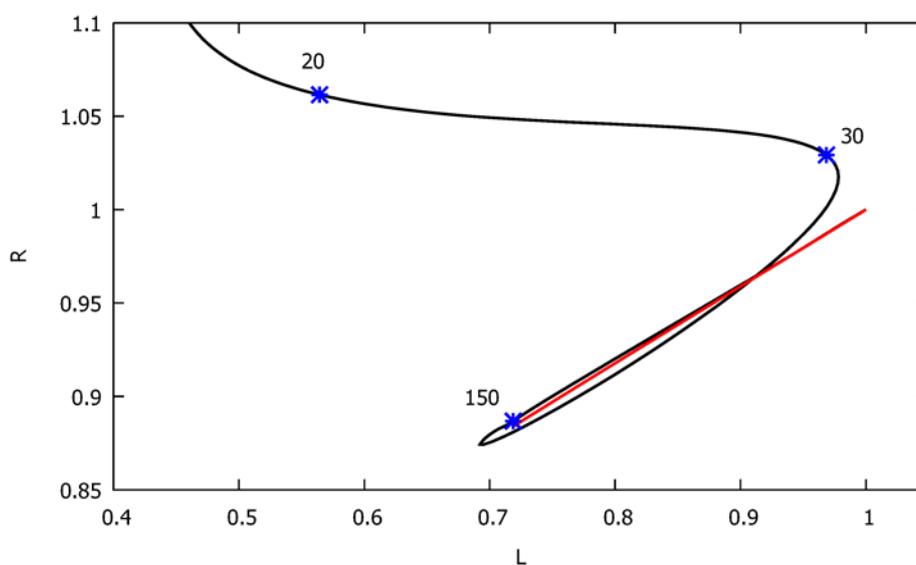
### 3 Стандартные модели: общие характеристики и стадии эволюции до Главной последовательности

Рассмотрим характеристики двух стандартных моделей, приведенные в таблице 1 (HPCSE standard и MESA standard). Эти модели рассчитаны в рамках подхода, обычно называемого “стандартная модель Солнца”. Подход предполагает сферическую симметрию, отсутствие вращения и магнитных полей, отсутствие перемешивания вне зон конвекции и др. В последние 20 лет в стандартную модель Солнца вошло осаждение гелия и тяжелых элементов к центру (диффузия). Обе эти модели рассчитаны со смесью AGSS09 (Асплунд и др., 2009), в которой содержание тяжелых элементов ниже, чем было принято раньше (Гревесси, Ноэлс, 1993; Гревесси, Саваль, 1998).

По большинству параметров модели, рассчитанные двумя кодами, очень близки. Немного отличается плотность в центре, но это следствие слегка разного химического состава в центральных областях (см. далее). Температура же в центре почти одинакова, поэтому следует ожидать одинаковых потоков нейтрино (потоки нейтрино нами не оценивались). Конвективные зоны моделей также очень похожи; химический состав в них отличается на 0.5 % (по гелию; разница по тяжелым элементам ничтожна). Положение дна КЗ отличается на 0.3 %; в этих моделях с низким содержанием тяжелых элементов КЗ мелкая и не соответствует гелиосейсмическому результату  $0.713 \pm 0.001$  (Базу, Антия, 2004).

В расчет модели MESA включена стадия эволюции до Главной последовательности. Эволюция модели HPCSE начинается от ZAMS (Zero Age Main Sequence) – однородной модели, в ко-

торой сразу же идут ядерные реакции. С точки зрения физики эволюция от ZAMS – более примитивный путь расчетов, т. к. он игнорирует процессы, происходившие на начальной стадии. Звезда на этой стадии претерпевает очень большие изменения, ее радиус и светимость меняются очень сильно. По времени эта стадия длится сравнительно недолго. Звезда перестает быть полностью конвективной при возрасте 1.6 млн лет. Температура в центре в этот момент составляет 3.8 млн К, и протон-протонная цепочка уже идет; энерговыделение составляет 5 эрг/(г\*сек). Приход звезды на линейный участок эволюции, который отображается почти прямой линией на диаграмме Герцшпрунга-Ресселла (ГР), происходит примерно при возрасте 150 млн лет (рис. 1).



**Рис. 1.** Фрагмент эволюционных треков для стандартных моделей. Числами у синих звездочек отмечен возраст в миллионах лет для трека MESA. Красная прямая – эволюция модели HPCSE от ZAMS до 4.6 млрд лет

Результатом процессов, происходящих на ранней стадии, является неоднородность химического состава к моменту, когда звезда выходит на линейную часть трека. Какая именно модель трека может быть поставлена в соответствие модели ZAMS, нельзя определить точно. Одним из вариантов (принятым в данной работе) является выход на линейную часть трека на диаграмме ГР; в данном расчете это происходит при возрасте 150 млн лет. Ядерные реакции начинаются, когда звезда еще является полностью конвективной. Конвекция сначала прекращается в центре, затем граница конвекции постепенно отступает к поверхности. Ядерные реакции при этом идут. Отступающая граница конвекции оставляет след в профиле химического состава. Таким образом, расчет, включающий стадию до начальной Главной последовательности (НГП), не может быть воспроизведен в классическом подходе, когда эволюция начинается от ZAMS.

Приведенные здесь величины основаны на расчете, произведенном программой MESA для стандартной модели Солнца.

#### 4 Стандартные модели: химический состав и осаждение элементов

Как видно из таблицы 1, стандартная модель HPCSE весьма близка к стандартной модели MESA по многим параметрам – химическому составу во внешних слоях, глубине КЗ, массовому параметру конвективной зоны  $M_{75}$ . Заметные отличия проявляются в центральной плотности и химическом составе. По-видимому, именно разность в химическом составе является первичной. Рассмотрим профили содержания водорода и элементов тяжелее гелия в стандартных моделях HPCSE и MESA (рис. 2, 3). Водород в моделях выгорел примерно одинаково; в модели MESA в центре его осталось немного больше, но в целом разница выглядит равномерной. Она может быть обусловлена как общими небольшими отличиями в физике моделей (в частности, наличием стадии до НПП в модели MESA), так и разными описаниями осаждения элементов.

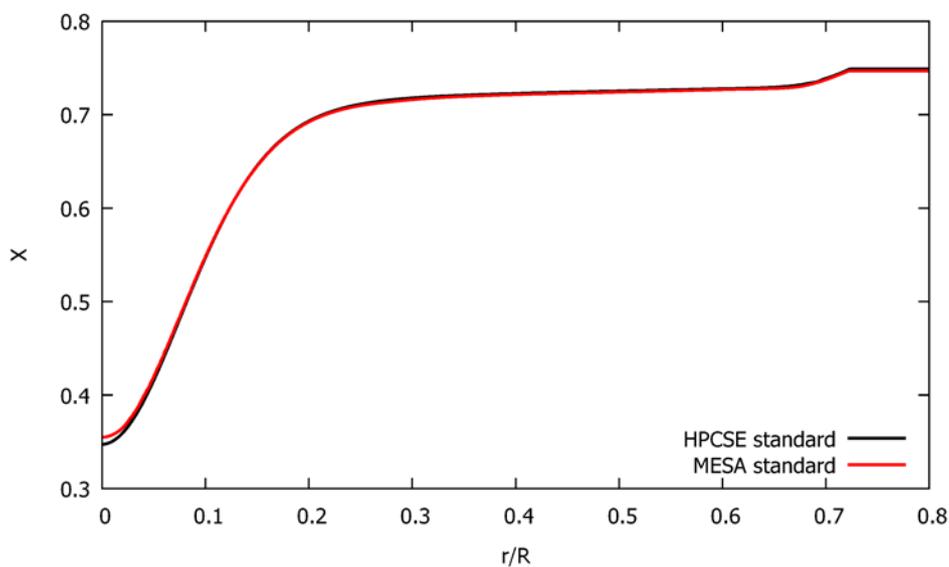
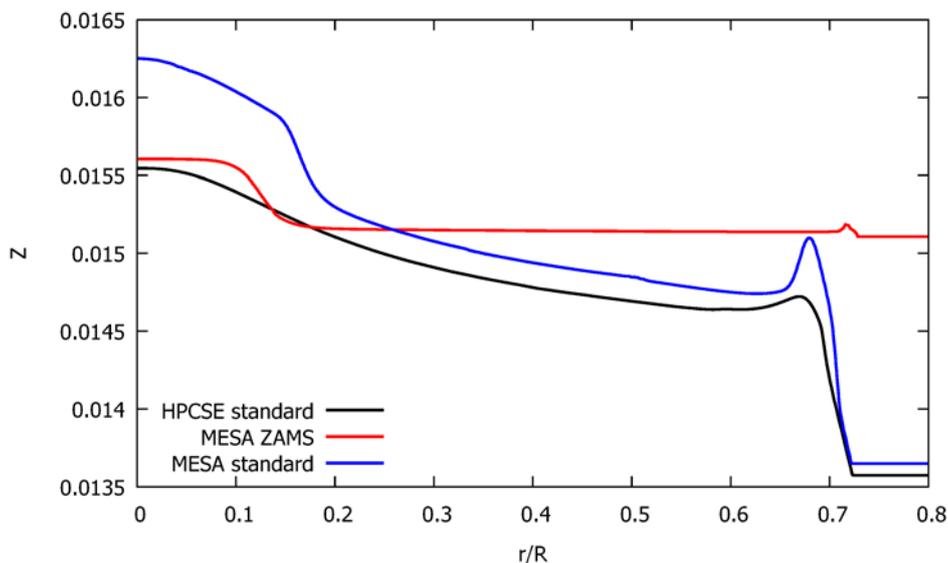


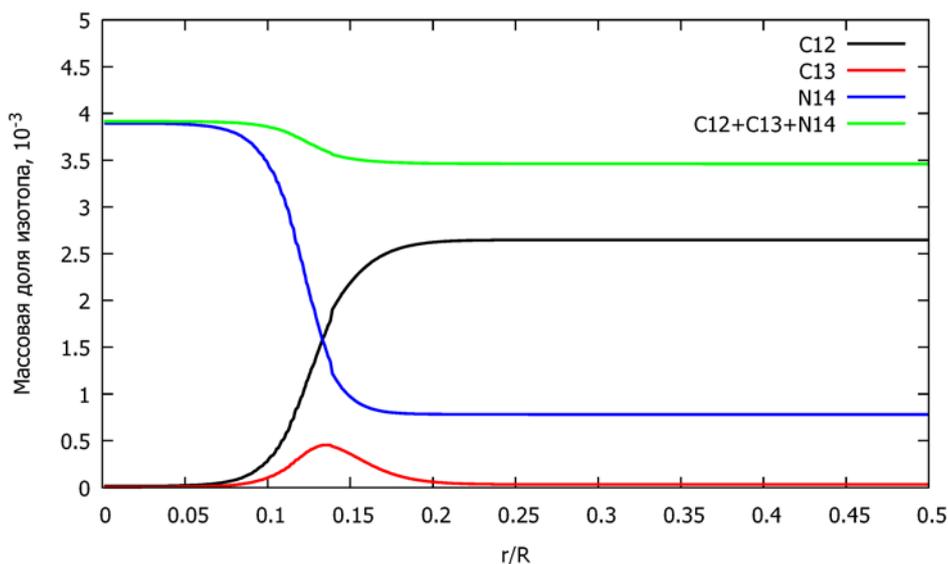
Рис. 2. Профиль массовой доли водорода в стандартных моделях современного Солнца

Расчеты диффузии различных элементов являются очень важными в современных моделях, так как без учета диффузии невозможно согласовать многие физические параметры, в частности глубину КЗ и содержание гелия на поверхности. Одной из причин различия в химическом составе является то, что расчет диффузии элементов выполнен по разным формулам. В HPCSE диффузия рассчитывается согласно (Мишо, Профи, 1993), а в проекте MESA по (Тоул и др., 1994). В моделях HPCSE тяжелые элементы осаждаются немного медленнее, чем в моделях MESA. Для гелия разница между кодами почти не заметна.

Рассмотрим содержание элементов тяжелее гелия в центральных частях звезды. На графике  $Z$  в модели MESA видно повышение концентрации тяжелых элементов близ центра ( $r/R < 0,2$ ), которого нет в HPCSE. Чтобы выяснить время возникновения этой особенности, на графике также отложен  $Z$  в ранней модели MESA (возраст 150 млн лет). Эта модель примерно соответствует ZAMS, хотя в расчете трека MESA точный возраст модели ZAMS определить нельзя. Как видим, особенность в  $Z$  присутствует и в этой ранней модели, т. е. избыток тяжелых элементов сформировался до прихода звезды на Главную последовательность.



**Рис. 3.** Профиль массовой доли элементов тяжелее гелия в стандартных моделях современного Солнца. Для модели MESA также показан профиль в модели, примерно соответствующей ZAMS (возраст 150 млн лет)



**Рис. 4.** Изотопы углерода и азота в ядре ранней модели Солнца, рассчитанной комплексом MESA

Чтобы выяснить причину возникновения этого избытка, рассмотрим профили массовой доли изотопов C и N в ранней модели Солнца (рис. 4). Как видим, уже до НГП почти весь  $^{12}\text{C}$  превратился в  $^{14}\text{N}$  в реакциях CNO-цикла. Это превращение сопровождается поглощением протонов; на каждый образующийся атом  $^{14}\text{N}$  поглощаются два протона. Массовая доля водорода при этом уменьшается, но вследствие того, что при этом уже идут реакции как pp-цепочки, так и CNO-цикла, это остается незаметным. Избыток Z вызван этим процессом, происходящим на ранней стадии эволюции Солнца. В модели HPCSE процесс начального превращения углерода

в азот учтен в упрощенном варианте; в реакции  $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$  вместо концентрации  $^{14}\text{N}$  подставляется сумма концентраций  $^{14}\text{N}$  и  $^{12}\text{C}$ , рост же  $Z$  не учитывается.

Необходимо также отметить, что в расчете HPCSE содержание гелия-3 принимается всюду равновесным, а в MESA для него также решаются уравнения ядерной эволюции.

## 5 Гелиосейсмическая модель Солнца с низким содержанием тяжелых элементов

В конце XX века стандартные модели Солнца, рассчитываемые с принятым в то время содержанием тяжелых элементов (Гревесси, Ноэлс, 1993; Гревесси, Саваль, 1998), показывали очень хорошее согласие с результатами гелиосейсмологии (Кристенсен-Далсгаард и др., 1996). И глубина КЗ, и скорость звука, и содержание гелия в КЗ воспроизводились стандартной моделью. В 2004 г. появились работы, в которых были выполнены новые трехмерные расчеты переноса излучения в атмосфере (Асплунд и др., 2004, 2005). В них получалось, что содержание тяжелых элементов во внешних слоях Солнца  $Z_{cz}$  гораздо ниже – не 0.018, а 0.0126. Результат этот был позже немного пересмотрен в сторону увеличения (Асплунд и др., 2009), но все равно  $Z_{cz} = 0.0136$  получался гораздо ниже прежнего. Низкое содержание тяжелых элементов означает низкую непрозрачность вещества, что приводит к тому, что стандартная модель перестает согласовываться с данными гелиосейсмологии (см., например, Базу и др., 2015). Эта проблема была названа “проблемой low  $Z$ ”.

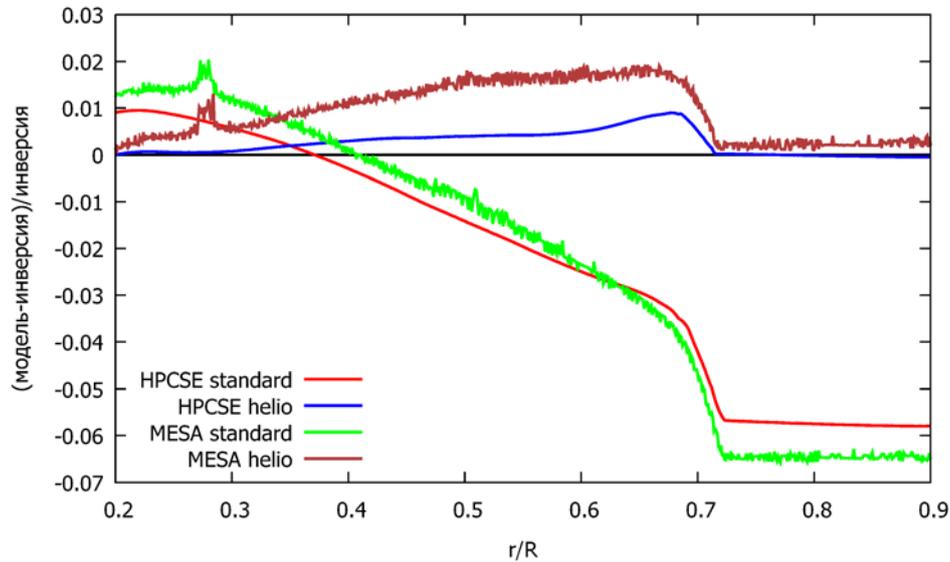
Общепринятого решения данной проблемы пока не существует. Два основных варианта – это ошибка самих новых данных о химическом составе и ошибка в непрозрачностях. Непрозрачность и химический состав почти эквиваленты, т. е. в рассматриваемых пределах одно можно скомпенсировать другим в рамках стандартной солнечной модели. Но в адиабатической части КЗ этого сделать нельзя, т. к. непрозрачность не влияет на ее строение. Скорость звука в КЗ в значительной степени определяется величиной адиабатического показателя  $\Gamma_1$ , и согласно данным инверсии,  $\Gamma_1$  в КЗ лучше воспроизводится в моделях с низким  $Z$  (Аюков, Батурин, 2016).

Важным параметром солнечной модели является профиль плотности в КЗ. В работе (Воронцов и др., 2013) предложено характеризовать его величиной  $M_{75} = m(r/R = 0.75)/M$  – долей массы звезды, содержащейся внутри сферы радиуса  $\frac{3}{4}R$ . Точка  $\frac{3}{4}R$  находится внутри КЗ, поэтому с помощью данной величины определяется интеграл массы внутри КЗ. Подавляющую часть массы вносят слои адиабатической части КЗ, потому что верхняя сверхадиабатическая часть КЗ имеет сравнительно малую плотность. Согласно (Воронцов и др., 2013), данная величина на Солнце равна  $M_{75} = 0.9822 \pm 0.0002$ . Стандартная модель с высоким  $Z$  лишь слегка выходит за рамки обозначенного предела, но КЗ в моделях с низким  $Z$  заметно легче, чем требуется (см. табл. 1).

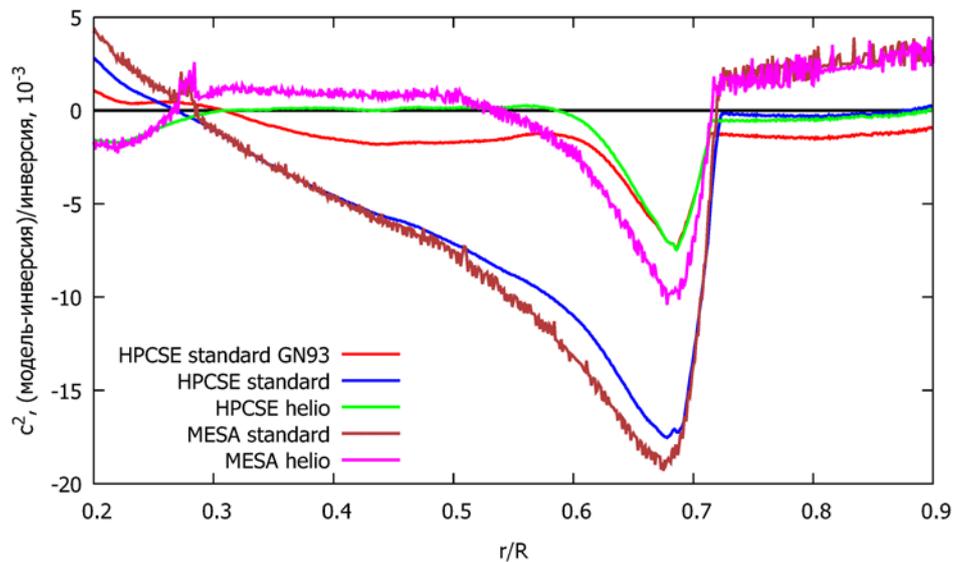
Одним из авторов (С.В. Аюков) с помощью кода HPCSE рассчитана модель, в которой воспроизведен как массовый параметр  $M_{75}$ , так и скорость звука в КЗ и большей части лучистой зоны (Аюков, Батурин, 2016). Модель при этом имеет низкое содержание тяжелых элементов. В этой модели увеличено сечение pp-реакции (на 5 %) и изменена непрозрачность в лучистой зоне тоже примерно на 5 %, но неравномерно. Эта модель приведена в табл. 1 как HPCSE seismic. Мы попытались воспроизвести основную часть свойств этой модели в аналогичной модели, рассчитанной кодом MESA (модель MESA seismic).

Изменения в микрофизику, внесенные в модель MESA seismic, несколько отличаются от тех, что вносились в модель HPCSE seismic. Во-первых, в коде MESA не предусмотрена возможность внесения сложных коррекций непрозрачностей, поэтому мы ограничились простым повышением непрозрачностей на 5 % в области  $\lg T = 6.3 \dots 6.9$ . Чтобы получить при этом нужную плотность в КЗ  $M_{75} = 0.9822$ , пришлось поднять сечение pp-реакции на 7 %. После этого обе

seismic-модели получили близкие профили плотности, причем как в конвективной, так и в лучистой зоне (рис. 5).



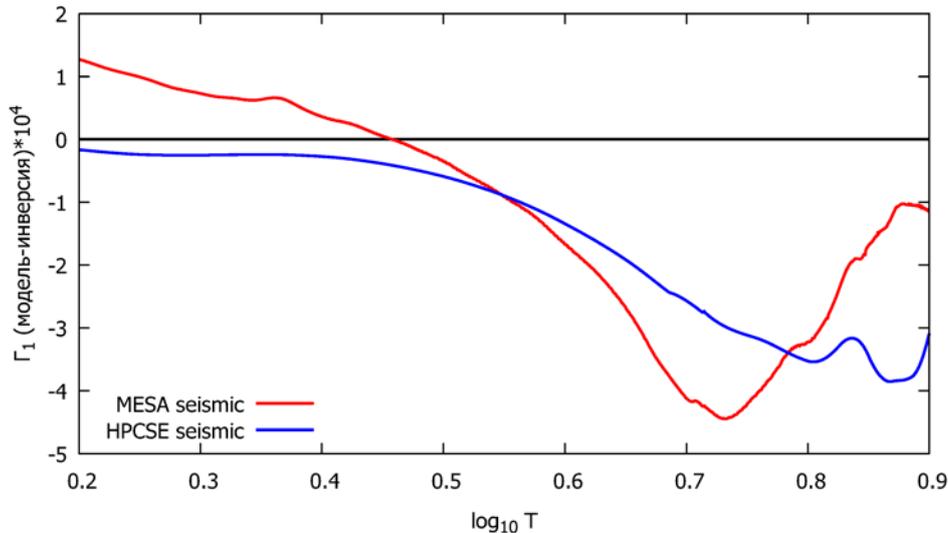
**Рис. 5.** Плотность в моделях HPCSE и MESA, относительная разность с результатом инверсии из (Воронцов и др., 2013)



**Рис. 6.** Скорость звука в моделях. Отложена относительная разность с инверсией из (Воронцов и др., 2013). Кривая HPCSE standard GN93 – скорость звука в стандартной модели с высоким Z

Глубина КЗ в модели MESA seismic не подбиралась, т. к. в MESA возможности коррекции непрозрачностей ограничены. Вследствие этого КЗ в модели MESA seismic несколько мельче, чем гелиосейсмически определенная величина (Кристенсен-Далсгаард и др., 1991). Это влияет также и на профиль скорости звука в модели, хотя эффект глубины КЗ достаточно локален. Сравнение (рис. 6) показывает, что в лучистой зоне скорость звука в модели MESA seismic зна-

чительно лучше, чем в стандартных моделях с низким содержанием тяжелых элементов. Большинство это обусловлено подъемом непрозрачностей в этой области (см. выше). Однако в КЗ скорость звука в моделях MESA оказалась неожиданно значительно выше, чем в моделях HPCSE, а также выше, чем в инверсии. Разность в квадрате скорости звука в КЗ между MESA и HPCSE составляет около 0.002–0.003. В то же время разность в  $\Gamma_1$  в этой же области между моделями в 10 раз меньше (рис. 7). Таким образом, разница в скорости звука обусловлена структурой модели, т. е.  $P/\rho$ . Причина этого не ясна.



**Рис. 7.** Адиабатический показатель  $\Gamma_1$  в стандартных моделях современного Солнца по сравнению с инверсией (Воронцов и др., 2013). В модели MESA использовано уравнение состояния OPAL, в модели HPCSE – SAHA-S

На рис. 6 на всех профилях скорости звука присутствует сильное локальное отклонение от результата инверсии, расположенное под дном КЗ. В настоящее время принято считать, что оно является следствием наличия под КЗ области тахоклина, в которой происходит переход от равномерного к дифференциальному вращению. В этой области скорее всего есть дополнительное перемешивание, которое и вызывает изменения в структуре звезды, отражающееся на профиле скорости звука. В данной работе этот вопрос не исследовался и цель “исправить” профиль скорости звука под дном КЗ не преследовалась.

## 6 Заключение

Пакет программ MESA – удачное сочетание современных данных, проверенных математических процедур и модели разработки программ со свободным кодом. Несмотря на некоторые недостатки, MESA позволяет выполнять многие расчеты по звездной эволюции, в частности, расчет строения и эволюции Солнца. В модели учтены в том числе поэлементная диффузия, ядерные превращения изотопов в CNO-цикле, влияние частичной ионизации на диффузию, калибровка на точное значение  $Z/X$ . Некоторые из этих эффектов появились в расчетах моделей Солнца совсем недавно. Внутренняя численная согласованность расчетов MESA подробно не исследовалась. По сравнению с MESA, программа HPCSE, разработанная в ГАИШ МГУ, ориентирована строго на расчет Солнца и аналогичных звезд. Из-за этого в ней приняты дополни-

тельные меры для того, чтобы достичь высокой точности получаемых решений, а также ускорить расчет. Ядерные реакции в HPCSE, однако, вычисляются по более простым схемам, и диффузия элементов учтена в приближении (Мишо, Профи, 1993), которое является менее точным, чем (Тоул и др., 1994). В HPCSE нет возможности учитывать эволюцию на стадии до Главной последовательности, что также влияет на точность получаемых моделей Солнца. Расчет с помощью MESA гелиосейсмической модели с низким содержанием тяжелых элементов подтвердил результат, полученный программой HPCSE. Требуемые изменения в микрофизике примерно одинаковы для обоих кодов. Для того, чтобы модель Солнца с низким  $Z$  согласовалась с данными гелиосейсмологии, необходимо увеличить сечение pp-реакции на 5–7 % и увеличить непрозрачность в лучистой зоне на 3–5%. Получающаяся модель хорошо согласуется с данными инверсии по глубине КЗ, скорости звука и плотности в КЗ, скорости звука в лучистой зоне (за исключением области тахоклина под дном КЗ), а также по содержанию гелия в КЗ.

## Литература

- Адельбергер и др. (Adelberger E.G., Garcia A., Hamish Robertson R.G., et al.) // *Rev. Mod. Phys.* 2011. V. 83. P. 192.
- Ангуло и др. (Angulo C., Arnould M., Rayet M. et al.) // *Nucl. Phys. A.* 1999. V. 656. P. 3.
- Асплунд и др. (Asplund M., Grevesse N., Sauval A.J., Allende Prieto C., Kiselman D.) // *Astron. Astrophys.* 2004. V. 417. P. 751.
- Асплунд и др. (Asplund M., Grevesse N., Sauval A.J.) // *Cosmic Abundances as Records of Stellar Evolution and Nucleosynthesis / Eds Barnes T.G. III, Bash F.N. ASP Conference Ser.* 2005. V. 336. P. 25.
- Асплунд и др. (Asplund M., Grevesse N., Sauval J., Scott P.) // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 2009. V. 47. P. 481.
- Аюков С.В., Батурин В.А. // 2016 (в печати).
- Базу, Антия (Basu S., Antia H.M.) // *Astrophys. J. Lett.* 2004. V. 606. P. 85.
- Базу и др. (Basu S., Grevesse N., Mathis S., Turck-Chieze S.) // *Space Sci. Rev.* 2015. V. 196. P. 49.
- Батурин и др. (Baturin V.A., Ayukov S.V., Gryaznov V.K., Iosilevskiy I.L., Fortov V.E., Starostin A.N.) // *Progress in Physics of the Sun and Stars: A New Era in Helio- and Asteroseismology / Eds Shibahashi H., Lynas-Gray A.E. ASP Conference Ser.* 2013. V. 479. P. 11.
- Воронцов и др. (Vorontsov S.V., Baturin V.A., Ayukov S.V., Gryaznov V.K.) // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2013. V. 430. P. 1636.
- Гревесси, Ноэлс (Grevesse N., Noels A.) // *Cosmic abundances of the elements. Origin and evolution of the elements / Eds Prantzos N., Vangioni-Flam E., Casse M.* 1993. P. 15.
- Гревесси, Саваль (Grevesse N., Sauval A.J.) // *Space Sci. Rev.* 1998. V. 85. P. 161.
- Грязнов и др. (Gryaznov V.K., Ayukov S.V., Baturin V.A., Iosilevskiy I.L., Starostin A.N., Fortov V.E.) // *J. Phys. A Math. Gen.* 2006. V. 39. P. 4459.
- Грязнов и др. (Gryaznov V.K., Iosilevskiy I.L., Fortov V.E., Starostin A.N., Roerich V.K., Baturin V.A., Ayukov S.V.) // *Contrib. Plasma Phys.* 2013. V. 53. P. 392.
- Иглесиас, Роджерс (Iglesias C.A., Rogers F.J.) // *Astrophys. J.* 1996. V. 464. P. 943.
- Кристенсен-Далсгаард и др. (Christensen-Dalsgaard J. et al.) // *Science.* 1996. V. 272. P. 1286.
- Кристенсен-Далсгаард и др. (Christensen-Dalsgaard J., Gough D.O., Thompson M.J.) // *Astrophys. J.* 1991. V. 378. P. 413.
- Мишо, Профи (Michaud G., Proffitt C.R.) // *Particle transport processes. IAU Colloquium 137 / Ed. Weiss W., Baglin A. ASP Conference Series. New York.* 1993. V. 140. P. 137.

- Пакстон и др. (Paxton B., Bildsten L., Dotter A., Herwig F., Lesaffre P., Timmes F.) // *Astrophys. J.* 2011. V. 192. P. 3.
- Пакстон и др. (Paxton B., Cantiello M., Arras P., Bildsten L., Brown E.F., Dotter A., Mankovich C., Montgomery M.H., Stello D., Timmes F.X., Townsend R.) // *Astrophys. J.* 2013. V. 208. P. 4.
- Роджерс, Найфонов (Rogers F.J., Nayfonov A.) // *Astrophys. J.* 2002. V. 576. P. 1064.
- Тоул и др. (Thoul A.A., Bahcall J.N., Loeb A.) // *Astrophys. J.* 1994. V. 421 P. 828.