

УДК 524.33

О высокоточных измерениях глобальных магнитных полей на звездах

С.И. Плачинда

НИИ “Крымская астрофизическая обсерватория” КНУ им. Т. Шевченко, Научный,
АР Крым, Украина, 98409
psi@crao.crimea.ua

Поступила в редакцию 28 октября 2013 г.

Аннотация. Сжато перечислена история развития устройств и методик для выполнения высокоточных измерений звездных магнитных полей. Описаны два главных подхода к обработке спектрополяриметрических наблюдений: метод наименьших квадратов обращения свертки, применяемый для нахождения по множеству спектральных линий одного нормированного средневзвешенного поляризованного контура (Least-Squares Deconvolution (LSD) метод) и метод, при котором используется каждая спектральная линия в отдельности для получения величины магнитного поля (Single Line (SL) метод). Рассмотрены преимущества и недостатки каждого метода.

HIGH-PRECISION MEASUREMENTS OF GLOBAL STELLAR MAGNETIC FIELDS, *by S.I. Plachinda*. The paper presents a brief history of the development of devices and main techniques for the high-precision measurements of stellar magnetic fields. The opportunities and constraints of using the LSD method and SL method are discussed.

Ключевые слова: звезды, магнитные поля

1 Введение

Прямые измерения слабых магнитных полей на звездах возможны с помощью вычисления величины зеемановского расщепления спектральных линий благодаря регистрации различия в интенсивности двух ортогонально поляризованных зеемановских компонент. Для этого используются спектрометры высокого разрешения с разрешением как минимум $R \sim 20000$ для быстровращающихся звезд, стокметр (стокс-анализатор) и ПЗС-детектор. Подавляющее большинство измерений выполняется для определения величины продольного компонента магнитного поля. Ниже, в кратком перечислении этапов развития различных устройств и методик, названы только начальные работы.

Фотографический метод. (Бэбкок, 1958). Используется множество спектральных линий для нахождения среднего значения продольного компонента магнитного поля. Лучшие среднеквадратические ошибки среднего значения поля лежат в области $70 \div 100$ Г.

Магнитометр. (Северный, 1970; Борра и Ландстрит, 1972; Борра и Ландстрит, 1973; Глаголевский и др., 1975). Используется одна спектральная линия. Лучшие ошибки измерений достигают 5 Гс.

Многоцелевой магнитометр. (Браун и Ландстрит, 1981). Используется множество спектральных линий одновременно. Лучшие ошибки измерений достигают 0.5 Гс.

Бальмеровский магнитометр. (Энжел и Ландстрит, 1970; Ландстрит и др., 1975; Бычков и др., 1981) Используется одна или две бальмеровские линии водорода. Лучшие ошибки измерений ~ 45 Гс.

В наши дни наступила эпоха так называемых панорамных светоприемников, ПЗС-детекторов, которые позволяют регистрировать одновременно большой диапазон спектра от ближнего ультрафиолета до ближнего ИК. Благодаря этому доминирующим стало использование эшелельных спектрографов. В качестве анализатора используется стоксметр у которого на входе стоит ахроматическая четвертьволновая или полуволновая пластина и затем расщепитель взаимно ортогонально поляризованных пучков света. Поворот входной пластины анализатора на заданный угол приводит к взаимной смене места положения поляризованных спектров.

Многоволновой метод. Впервые был предложен в работах Семела (1989) и Семела и Ли (1996), затем применен Донати и др. (1997). Это так называемый метод наименьших квадратов обращения свертки (LSD), при применении которого используется весь доступный массив спектральных линий для вычисления среднего значения магнитного поля. Этот метод получил наибольшее распространение, т. к. позволяет значительно увеличить отношение сигнал/шум. Дальнейшее развитие LSD-метод получил в работах Мартинеза Гонзалеса и др. (2008), Сенхаузера и др. (2009), Сенхаузера и Бердюгиной (2010) и Кочухова и др. (2010).

Одноволновой метод. (Хубриг и др., 1994; Плачинда и Тарасова, 1999; Плачинда, 2005). При использовании SL-метода (Single Line) вычисляется величина зеемановского расщепления по центрам тяжести для каждой неблендированной спектральной линии в отдельности. Далее проверяется однородность статистического распределения полученных значений и среднее значение магнитного поля вычисляется по однородной выборке.

Ниже, в §2, будут кратко перечислены как физические явления на звезде, так и наблюдательные данные по Солнцу, которые демонстрируют сложность получения корректных измерений магнитного поля. В §3 и §4 будет дано краткое описание алгоритмов LSD и SL-методов для получения значения интегрального продольного магнитного поля при измерениях со стоксметром круговой поляризации в контурах спектральных линий. Будут отмечены те допущения, которые присутствуют при выводе окончательных формул обоих методов.

2 Интегральное магнитное поле

Суммарное излучение, приходящее от всей видимой полусферы звезды в определенный момент и в определенной длине волны, можно записать как:

$$\mathbf{S}_F = \int \int_{\sigma} \mathbf{S}_I(\theta) \cos(\theta) d\sigma,$$

где \mathbf{S}_F – вектор Стокса для потока выходящего излучения, \mathbf{S}_I – вектор Стокса для интенсивности выходящего излучения с элементарной площадки, θ – угол между лучом зрения наблюдателя и нормалью к элементарной площадке поверхности звезды, $d\sigma$ – элемент поверхности звезды.

Вклад в эту интегральную величину излучения \mathbf{S}_F от разных участков видимой полусферы определяется характером неоднородности распределения интенсивности излучения \mathbf{S}_I по поверхности звезды. Комбинация закона потемнения к краю и разнообразие физических условий на поверхности звезды определяют неоднородность распределения интенсивности излучения. Поэтому, получаемая из наблюдений интегральная величина магнитного поля будет также результатом усреднения магнитного поля от каждой элементарной площадки звезды и, соответственно, вклад разных участков видимой поверхности звезды в результирующую величину поля будет разным.

Разнообразие физических условий на поверхности звезды определяется следующими факторами: неоднородное распределение содержания химических элементов по поверхности и стратификация содержания химических элементов с глубиной в атмосфере у химически пекулярных звезд;

неоднородное распределение физических условий по поверхности (T_{eff} , $\log g$); неоднородная картина глобальных движений плазмы в атмосфере (пульсации, дифференциальное вращение, меридиональные течения, всплывание горячего и опускание охлажденного газа и т. д.); неоднородное магнитное поле (например, наличие магнитных силовых трубок, глобальных магнитных полей, обусловленных работой динамо-механизмов и переменных во времени – см., например, поведение общего магнитного поля Солнца как звезды (Плачинда и др., 2011)).

Ярким примером, иллюстрирующим сказанное, является наша астрофизическая лаборатория – Солнце. Так, в работе Фонтенла и др. (1999) понадобилась семикомпонентная модель атмосферы, чтобы согласовать вычисленное излучение Солнца и наблюдаемое с удовлетворительной точностью: ‘Here we describe our approach to physical modeling of irradiance variations using seven semiempirical models to represent sunspots, plage, network, and quiet atmosphere’.

Во многих работах (см., например, Стэнфло и др., 2013) показано, что измерения магнитного поля в спокойной области на Солнце по двум спектральным линиям одного и того же химического элемента и одного и того же мультиплета дают разные значения магнитного поля. Например, измерения в спокойной экваториальной области магнитного поля по двум спектральным линиям Fe I 5250.2 Å и 5247.1 Å, которые принадлежат первому мультиплету, имеют практически одинаковые потенциалы возбуждения и одинаковые эквивалентные ширины в спектре, но имеют разные факторы Ланде (3.0 и 2.0), дают значимо отличающиеся значения измеренного магнитного поля. Так, для нормированного к интенсивности V-параметра Стокса, V/I , отношение измерений по двум разным линиям должно быть равным $R = 1.0$. Но для 5250.2/5247.1 $R = 1.246 \pm 0.010$, а для отношения 6302.5/6301.5 $R = 0.740 \pm 0.060$ (Стэнфло и др., 2013). Линии Fe I 6301.5 Å и 6302.5 Å для диагностики магнитного поля на Солнце используются очень часто не только при наземных наблюдениях, но и в космосе, например, в работе космической солнечной обсерватории HINODE. Однако отношение величин магнитного поля, измеренного по этим линиям, может меняться во времени: в работе Резаи и др. (2007), при регистрации в спокойной экваториальной области на Солнце распределения круговой поляризации в контурах спектральных линий Fe I 6301.5 Å и 6302.5 Å, были получены две обратные картины поляризации – по разным линиям знак магнитного поля был разным.

Все перечисленное вместе взятое говорит о том, что использовать одновременно все доступные спектральные линии для получения одного средневзвешенного контура, по которому рассчитывается магнитное поле (классический LSD-метод), без предварительного отбора спектральных линий, будет не лучшим решением – мы в результате получим какую-то удаленную от истины величину, которая даст нам искаженную геометрию глобального магнитного поля звезды.

3 SL-метод

Перед исследователем всегда стоит задача получения из наблюдений параметров Стокса и величины магнитного поля с минимальными искажениями на этапе обработки спектрополяриметрических наблюдений. Ниже кратко описаны основные пункты первичной обработки для вычисления величины продольного магнитного поля в случае применения SL-метода, при разработке которого была сделана попытка свести к минимуму всяческие допущения в алгоритме вычисления величины магнитного поля.

Главная особенность существующих спектрополяриметрических наблюдений заключается в повороте входной четвертьволновой пластины на $\pm 90^\circ$ для каждой следующей экспозиции, что приводит в последующих экспозициях к поочередному проецированию на одно и то же место ПЗС взаимно ортогонально поляризованных спектров. Это позволяет исключить ложную поляризацию, вызванную неоднородностью чувствительности пикселей, позиционными сдвигами спектра на ПЗС от экспозиции к экспозиции, неточностью юстировки плоскости ПЗС в фокальной плоскости спектрографа и т. д.

Использование этого метода было опробовано в КрАО в 1986 году со стоксметром. Подходящая слюдяная пластина и кристалл исландского шпата для этого стоксметра был подарен ко дню рожде-

ния одному из астрономов КрАО Найденовым Иваном Дмитриевичем, сотрудником САО АН, Россия. В качестве входной четвертьволновой пластины использовалась слюда для области $4200 \pm 200 \text{ \AA}$. Систематические наблюдения магнитных звезд по излагаемой ниже методике стали выполняться в КрАО с 1987 года, а звезды с развитыми конвективными оболочками стали наблюдаться с 1989 года.

Если присутствует магнитное поле на поверхности звезды, после поворота входной четвертьволновой пластины анализатора на 90° , в новой экспозиции на плоскости ПЗС происходит смещение одного поляризованного контура относительно взаимно ортогонально поляризованного другого из первой экспозиции. Магнитное смещение $\Delta\lambda_B$ между компонентами линии записывается следующим образом

$$\Delta\lambda_B = (e/4\pi m_e c^2) z \lambda^2 B_l \cong 4.6685 \times 10^{-13} z \lambda^2 B_l, \quad (1)$$

где e – электронный заряд, m_e – масса электрона, c – скорость света, z – эффективный фактор Ланде, λ – длина волны в \AA и B_l – напряженность продольного магнитного поля в гауссах.

Обозначим центр тяжести право- и левозакруженно поляризованного контура, полученного в течение первой экспозиции, как λ_{1r} и λ_{1l} . Аналогично для следующей экспозиции будет λ_{2r} и λ_{2l} . В этом случае величина продольного поля запишется как

$$B_l' = k(\lambda_{1r} - \lambda_{2l})/2 = k(\pm 2\Delta\lambda_B \pm \Delta\lambda)/2 \quad (2)$$

для первой пары контуров, где $\Delta\lambda_B$ обозначает смещение, вызванное расщеплением энергетического уровня атома в магнитном поле, а $\Delta\lambda$ обозначает смещение за счет инструментальных эффектов, $k = 1/(4.6685 \times 10^{-13} z \lambda^2)$. Для второй пары контуров этих же двух экспозиций будет

$$B_l'' = k(\lambda_{1l} - \lambda_{2r})/2 = k(\mp 2\Delta\lambda_B \pm \Delta\lambda)/2. \quad (3)$$

Вычитая (3) из (2), получаем

$$k(\pm 2\Delta\lambda_B \pm \Delta\lambda)/2 - k(\mp 2\Delta\lambda_B \pm \Delta\lambda)/2 = 2k\Delta\lambda_B, \quad (4)$$

где инструментальный компонент смещения $\Delta\lambda$ сократился.

Следуя логике выполнения эксперимента, которую иллюстрируют уравнения (2), (3) и (4), инструментальные позиционные эффекты исключаются, и формула для вычисления поля приобретает известный простой вид

$$B_l = k\Delta\lambda_B. \quad (5)$$

Далее требуется вычислить смещение центров тяжести контуров по наблюдаемым спектрам. В КрАО для вычисления смещения центров тяжести λ_{1r} и λ_{2l} , а также λ_{1l} и λ_{2r} , применяется следующая формула:

$$2\Delta\lambda_B \pm \Delta\lambda = \left(\frac{\int \lambda (f^*(\lambda) - f(\lambda)) d\lambda}{\int (f^*(\lambda) - f(\lambda)) d\lambda} \right)_1 - \left(\frac{\int \lambda (f^*(\lambda) - f(\lambda)) d\lambda}{\int (f^*(\lambda) - f(\lambda)) d\lambda} \right)_2, \quad (6)$$

где $f^*(\lambda)$ обозначает уровень ограничения со стороны континуума используемой части контура и $f(\lambda)$ обозначает функцию профиля контура (см. рис. 1). Уровень ограничения, $f^*(\lambda)$, выбирается в точке резкого уменьшения градиента интенсивности в контуре со стороны континуума.

Наблюдения, выполненные с поворотом входной четвертьволновой пластины на 90° , позволяют, используя экспозиции с тем же самым углом поворота пластины, вычислять так называемое ‘тестовое’ или ‘нулевое’ поле, что следует из уравнений (2), (3) и (4). Это поле, в случае отсутствия инструментальных ошибок, должно быть равно нулю с точностью до ошибок, обусловленных отношением сигнал/шум в полученных спектрах:

$$B_{\text{null}} = k\Delta\lambda_B \cong 0. \quad (7)$$

Этот SL-метод вычисления величины магнитного поля по центрам тяжести поляризованных компонент не только исключает систематические сдвиги, но также позволяет применять метод Монте-Карло для оценки величины ошибки измеренного магнитного поля.

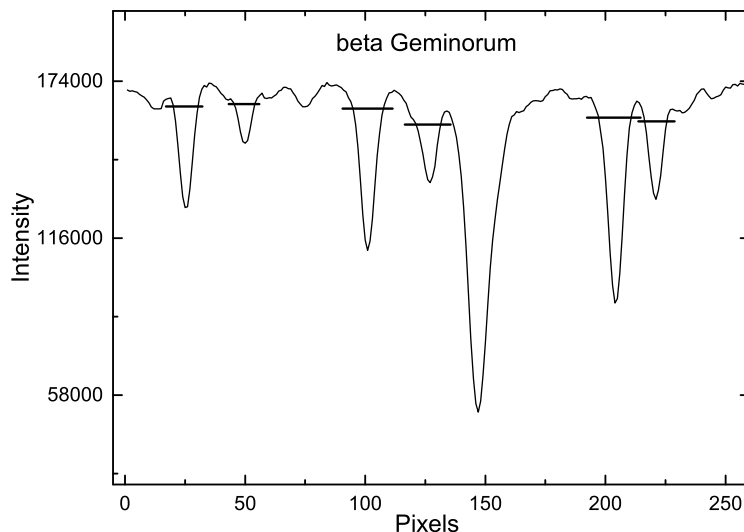


Рис. 1. Часть оригинального спектра звезды бета Близнецов в области 6240 \AA . Горизонтальные прямые, пересекающие контуры спектральных линий, соответствуют $f^*(\lambda)$ – уровню ограничения контура со стороны континуума, см. формулу (6).

В работе Плачинды и Тарасовой (1999) систематический сдвиг был определен по наблюдениям разных звезд в течение 27 ночей с 1989 по 1997 годы: $B_l = -0.12 \pm 0.99 \text{ Гс}$. В работе Плачинды (2005) инструментальный сдвиг был вычислен для $N = 1491$ высокоточных измерений магнитного поля у четырех сверхгигантов $\alpha \text{ Aqr}$ (G0Ib), $\beta \text{ Aqr}$ (G2Ib), $\epsilon \text{ Gem}$ (G8Ib) и $\epsilon \text{ Peg}$ (G0Ib), которые были получены в течение 23 ночей с 1994 по 2002 годы: $B_l = -0.44 \pm 0.38 \text{ Г}$.

В работе Плачинды (2005) приведены оценки совпадения величины ошибки единичного измерения, полученной из наблюдений, и величины ошибки, вычисленной по методу Монте-Карло. Различие составило всего 3.2 %. Эта величина говорит о высокой эффективности SL-метода, практически исключающей искажение искомого результата. Тем не менее, у этого метода присутствуют два фактора, которые понижают его эффективность.

Первый фактор – это существенно большие затраты телескопного времени, нежели при использовании метода LSD. Поэтому, эти два метода должны применяться каждый в своей области исследований.

Второй фактор – фактически произвольный выбор уровня проведения линии ограничения $f^*(\lambda)$ для интегрирования контура с целью нахождения его центра тяжести.

4 LSD-метод

Пусть есть спектры, полученные в двух экспозициях с разными углами поворота входной четвертьволновой пластины. У нас есть два фактора, влияющие на смещение верхнего контура $I_{1r}(\lambda)$ относительно нижнего $I_{1l}(\lambda)$ в первой экспозиции и $I_{2l}(\lambda)$ относительно $I_{2r}(\lambda)$ в следующей экспозиции при повороте входной четвертьволновой пластины на 90° . Первый фактор – это инструментальные эффекты, вызывающие смещение контура одной поляризации относительно другого контура другой поляризации в одной и той же экспозиции. Второй фактор – это сдвиг из-за магнитного поля.

Исправим инструментальное смещение нижнего контура относительно верхнего. Для этого надо нижний контур умножить на определенный коэффициент:

$$K_{instr} = I_{1r}/I_{1l} = I_{2l}/I_{2r}.$$

После этого, если полученные отношения умножить еще и на коэффициент, исправляющий за смещение за счет магнитного расщепления R_{mf} , то получим отношение верхних контуров к нижним, равным 1:

$$1 = \frac{I_{1r}/[R_{mf}(K_{instr}I_{1l})]}{(R_{mf}I_{2l})/(K_{instr}I_{2r})} = \frac{I_{1r}/I_{1l}}{R_{mf}^2(I_{2l}/I_{2r})}$$

и далее искомое

$$R_{mf}^2 = \frac{I_{1r}/I_{1l}}{I_{2l}/I_{2r}}. \quad (8)$$

Здесь важно подчеркнуть то очевидное допущение, которое нами было сделано. При выводе соотношения (8) для R_{mf}^2 предполагается, что

$$I_{1r}/(K_{instr}I_{1l}) \equiv I_{2l}/(K_{instr}I_{2r})$$

и

$$I_{1r}/[R_{mf}(K_{instr}I_{1l})] \equiv (R_{mf}I_{2l})/(K_{instr}I_{2r}). \quad (9)$$

Теперь запишем формулу для поляризации:

$$\frac{V}{I} = \frac{I_{1r} - I_{1l}}{I_{1r} + I_{1l}} = \frac{I_{1r}/I_{1l} - 1}{I_{1r}/I_{1l} + 1}. \quad (10)$$

Далее, согласно записанному выше тождеству (9), можно записать

$$R_{mf}^2 = \frac{I_{1r}/I_{1l}}{I_{2l}/I_{2r}}$$

и отсюда

$$R_{mf} = I_{1r}/I_{1l}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), получаем окончательное искомое равенство

$$\frac{V}{I} = \frac{R_{mf} - 1}{R_{mf} + 1}, \quad (12)$$

где R_{mf} определяется из уравнения (8).

С помощью формулы (12) рассчитывается нормированная к интенсивности круговая поляризация.

Теперь надо получить формулу для вычисления магнитного поля по поляризации, посчитанной по формуле (12). Очевидно, что V -параметр равен удвоенной величине магнитного смещения, помноженного на градиент в данной длине волны контура:

$$V(\lambda) = I_l(\lambda) - I_r(\lambda) = 2\Delta\lambda_B(\lambda)\frac{\partial I}{\partial \lambda},$$

где

$$I(\lambda) = (I_l(\lambda) + I_r(\lambda))/2.$$

Подставим вместо $\Delta\lambda_B$ ее выражение из (1):

$$V(\lambda) = I_l(\lambda) - I_r(\lambda) = 9.337 \times 10^{-13} z \lambda^2 B(\lambda) \frac{\partial I}{\partial \lambda}. \quad (13)$$

В выражении (13) перейдем от длин волн к скоростям:

$$V(v) = I_l(v) - I_r(v) = 2.799 \times 10^{-7} z \lambda B(v) \frac{\partial I}{\partial v}. \quad (14)$$

Далее, в результате несложных преобразований, предполагая, что 1) присутствует равенство эквивалентных ширин обоих взаимно ортогонально поляризованных контуров, 2) присутствует идентичность форм лево- и правополяризованных по кругу контуров и 3) интегрирование должно выполняться от континуума до континуума, на основании (14), получаем окончательную формулу, которая широко применяется:

$$B = 714.53 \times 10^4 \frac{\int vV(v)dv}{z\lambda \int [1 - I(v)]dv}. \quad (15)$$

Вопрос о способах нормировки спектральных линий для получения результирующего контура и распределения поляризации в этом контуре, чтобы использовать формулу (15) для расчета величины магнитного поля, детально рассмотрен во многих работах (см. ссылки в §1). Здесь отметим следующее. Для LSD-метода, в случае триплетного приближения вместо реальной картины расщепления спектральной линии в присутствии магнитного поля, получим искажение вычисленной величины магнитного поля по данной спектральной линии, что следует из работ, например, Баранов, 2007; Санчез Алмейда и др., 2008; Сенхаузер и Бердюгина, 2010. В частности, Санчез Алмейда и др. (2008), в результате изучения проблемы измерений магнитного поля на Солнце, подчеркивают: ‘The Zeeman pattern of Mn I lines is sensitive to hyperfine structure (HFS), and because of this, they respond to hectogauss magnetic field strengths differently than the lines commonly used in solar magnetometry’.

5 Заключение

В работе Донати и др. (2006) по изучению магнитного поля у горячей звезды главной последовательности τ Sco (B0.2 V) для 24 июня 2005 года приведен нормированный контур спектральной линии и распределение поляризации, полученные с помощью LSD-метода. В табл. 1 журнала наблюдений и результатов вычислений магнитного поля приведены для этой даты число экспозиций ($n = 4$) и максимальная величина сигнал/шум в континууме для каждой экспозиции, равная 1710 для бина, равного 2.6 км сек^{-1} . Согласно описанию к табл. 1, величина сигнал/шум соответствует суммарному спектру, полученному сложением право- и левополяризованного спектра одной экспозиции. Значение величины продольного поля для этой даты равно $B_l = +1.3 \pm 3.1 \text{ Гс}$. Спектральная область, в которой были использованы спектральные линии, была от 3700 \AA до 10000 \AA .

Известно, что число спектральных линий у таких звезд резко растет с продвижением в синюю и далее в ультрафиолетовую область. Поэтому можно было бы ожидать, что результирующая длина волны нормированного контура будет не больше 4500 \AA . Кроме того, редкие спектральные линии имеют фактор Ланде $z = 2.0$ или больше. Значит, результирующий фактор Ланде, определенный по всему массиву спектральных линий, не может превышать величины $z = 2.0$.

Исходя из изложенного, используя опубликованный авторами (Донати и др., 2006) контур, а также приведенные максимальную величину сигнал/шум в континууме и ошибку измерения, мы выполнили моделирование по методу Монте-Карло ошибки вычисления магнитного поля, исходя из 4-х экспозиций наблюдений и нормального распределения шума в спектре. Оказалось, что для длины волны 5000 \AA и $z = 2.0$ ошибка будет равна 3.4 Гс , а для длины волны в 4000 \AA и $z = 2.0$ ошибка будет равна 4.2 Гс . То есть, для приведенных идеальных условий ошибка измерения поля авторами улучшена, соответственно, на 10% и 35% . Уменьшение величины эффективного фактора Ланде приведет только к увеличению этой разницы. Эти величины получены для максимального отношения сигнал/шум. Однако распределение интенсивности от спектрального порядка к порядку и в самом спектральном порядке значительно изменяются. А значит, отличие приведенной авторами ошибки от реальной еще значительнее. Это говорит о трудности выполнения реальной оценки ошибок измерений магнитного поля при использовании LSD-метода.

При использовании для LSD-метода в одном массиве разных спектральных линий без предварительного отбора, перечисленное возможное разнообразие физических условий на поверхности

звезды (см. §2) может приводить к получению в результате обработки наблюдений искаженной величины магнитного поля. В таком случае целесообразно или же формировать подходящие массивы спектральных линий, или же использовать SL-метод.

Литература

- Баранов (Baranov A.V.) // Труды XI Пулковской Международной конференции по физике Солнца. 2–7 июля. 2007. Пулково. С. 27.
- Борра и Ландстрит (Borra E.F., Landstreet J.D.) // J. Roy. Astron. Soc. Canada. 1972. V. 66. P. 71.
- Борра и Ландстрит (Borra E.F., Landstreet J.D.) // Astrophys. J. 1973. V. 185. L139.
- Браун и Ландстрит (Brown D.N. and Landstreet J.D.) // Astrophys. J. 1981. V. 246. P. 899.
- Бычков и др. (Bychkov V.D., Vikul'ev N.A., Georgiev O.Yu., Glagolevskij Yu.V., Najdenov I.D., Romanyuk I.I., Shtol' V.G.) // Soobshch. Spets. Astrofiz. Obs. 1981. V. 32. P. 33.
- Бэбкок (Babcock H.W.) // Astrophys. J. Suppl. Ser. 1958. V. 3. P. 141.
- Глаголевский и др. (Glagolevskij Yu. V., Rylov V.S., Shcheglov P.V., Chuntunov G.A.) // Novaya tekhn. astron. 1975. V. 5. P. 7.
- Донати и др. (Donati J.-F., Howarth I.D., Jardine M.M., et al) // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2006. V. 370. P. 629.
- Донати и др. (Donati J.-F., Semel M., Carter B.D., Rees D.E., Collier Cameron A.) // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1997. V. 291. P. 658.
- Кочухов и др. (Kochukhov O., Makaganiuk V. and Piskunov N.) // Astron. Astrophys. 2010. V. 524. P. A5.
- Ландстрит и др. (Landstreet J.D., Borra E.F., Angel J.R.P., Illing R.M.E.) // Astrophys. J. 1975. V. 201. P. 624L.
- Мартинез Гонзалес и др. (Martínez González M.J., Asensio Ramos A., Carroll T.A., et al.) // Astron. Astrophys. 2008. V. 486. P. 637.
- Плачинда (Plachinda S.I.) // Astrophysics. 2005. V. 48. P. 9.
- Плачинда и Тарасова (Plachinda S.I. and Tarasova T.N.) // Astrophys. J. 1999. V. 514. P. 402.
- Плачинда и др. (Plachinda S., Pankov N. and Baklanova D.) // Astron. Nachr. 2011. N 9/10. P. 918.
- Резаи и др. (Rezaei R., Schlichenmaier R., Schmidt W. and Steiner O.) // Astron. Astrophys. 2007. V. 469. P. L9.
- Санчез Алмейда и др. (Sanchez Almeida J., Viticchie B., Landi Degl'Innocenti E. and Berrilli F.) // Astrophys. J. 2008. V. 675. P. 906.
- Северный (Severny A.) // Astrophys. J. 1970. V. 159. P. L73.
- Семел (Semel M.) // Astron. Astrophys. 1989. V. 225. P. 456.
- Семел и Ли (Semel M. and Li J.) // Solar Phys. 1996. V. 164. P. 417.
- Сенхаузер и др. (Sennhauser C., Berdyugina S.V. and Fluri D.M.) // Astron. Astrophys. 2009. V. 507. P. 1711.
- Сенхаузер и Бердюгина (Sennhauser C. and Berdyugina S.V.) // Astron. Astrophys. 2010. V. 522. P. A57.
- Стэнфло и др. (Stenflo J.O., Demidov M.L., Bianda M. and Ramelli R.) // Astron. Astrophys. 2013. V. 556. P. A113.
- Фонтенла и др. (Juan Fontenla, Oran R. White, Peter A. Fox, Eugen H. Avrett and Robert L. Kurucz) // Astrophys. J. 1999. V. 518. P. 480.
- Хубриг и др. (Hubrig S., Plachinda S.I., Hunsch M., Schroder K.-P.) // Astron. Astrophys. 1994. V. 291. P. 890.
- Энжел и Ландстрит (Angel J.R.P. and Landstreet J.D.) // Astrophys. J. 1970. V. 160. L147.