

УДК 533.9.01, 537.81, 523.4-854, 524.3-86

Токовые слои с широм силовых линий магнитного поля

Вл.В. Кочаровский¹, В.В. Кочаровский^{1,2}, В.Ю. Мартьянов³, А.А. Нечаев¹

¹ ИПФ РАН, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46, Россия, 603950
kochar@appl.sci-nnov.ru, ant.a.nech@gmail.com

² Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station, TX 77843, USA
vkochar@physics.tamu.edu

³ Intel Corporation, 5000 W Chandler Blvd, Chandler, AZ 85226, USA
mavy7@mail.ru

Поступила в редакцию 15 ноября 2017 г.

Аннотация. Аналитически построен широкий класс самосогласованных магнитоэстатических структур с широм силовых линий и произвольным распределением частиц по энергиям. Найденные структуры получены наложением двух токовых слоев с взаимно ортогональными плоскими магнитными полями и цилиндрически симметричными функциями распределения частиц по импульсам. Показано, что большинство ранее известных семейств токовых слоев с широм магнитного поля принадлежат полученному классу.

CURRENT SHEETS WITH SHEARED MAGNETIC FIELD LINES, *by Vl.V. Kocharovsky, V.V. Kocharovsky, V.Yu. Martyanov, A.A. Nechaev.* We derive analytically a wide class of self-consistent magnetostatic structures with sheared field lines and arbitrary energy distributions of particles, obtained by superposing a pair of current sheets with orthogonal planar magnetic fields and cylindrically symmetric momentum distribution functions. The use of these superpositions allows one to construct configurations with an almost arbitrarily sheared magnetic field. We show that the most part of previously known current sheet families with sheared magnetic field lines are included in this class.

Ключевые слова: бесстолкновительная плазма, токовый слой, шир магнитного поля, самосогласованные распределения частиц

1 Введение

Квазистатические токовые слои являются важными составными элементами различных структур в бесстолкновительной плазме магнитосферы Земли, гелиосферы и магнитосфер нейтронных звезд (Комар и др., 2015; Комар, Кассак, 2016; Чеховской и др., 2016; Черутти и др., 2015; Зелёный и др., 2011; Малова, Зелёный, 2008; Сомов, 2010). Большая часть аналитических исследований этих структур ограничиваются плоской конфигурацией линий магнитного поля и игнорируют возможность их шира (см., например, Комиссаров и др., 2007; Харрис, 1962; Никольсон, 1963), в то же время последний может возникать во всех перечисленных системах естественным образом (см., например, Чеховской и др., 2016; Черутти и др., 2015; Харрисон, Нойкирх, 2009).

В статье представлен новый обширный класс нейтральных самосогласованных магнитостатических структур с широм силовых линий, варьируемыми в широких пределах импульсными и произвольными энергетическими распределениями частиц, построенный с использованием суперпозиций токовых слоев с ортогональными магнитными полями. Мы рассмотрели функции импульсного распределения частиц, зависящие от точных инвариантов их движения, и ограничились случаем, когда функция распределения описываемого слоя представима в виде суммы двух цилиндрически симметричных функций с ортогональными осями. В этом простом, но до сих пор малоизученном случае уравнения магнитостатики распадаются на два независимых нелинейных уравнения типа Грэда – Шафранова, каждое из которых соответствует токовому слою с плоской конфигурацией магнитных силовых линий.

Следуя схеме, предложенной в (Кочаровский и др., 2016), мы проанализировали различные суперпозиции нейтральных токовых слоев с взаимно перпендикулярными магнитными полями, взятых так, чтобы поле одного из них было направлено вдоль плотности тока в другом. Такие суперпозиции удовлетворяют уравнению баланса давлений плазмы и магнитного поля и позволяют строить конфигурации с почти произвольным широм силовых линий. Показано, что могут существовать периодические геликальные структуры и локализованные токовые слои как с неизменным вдоль оси неоднородности направлением вращения вектора магнитного поля, так и со сменой этого направления в нескольких точках.

Установлено, что большая часть известных до сих пор токовых слоев с широм силовых линий (см., например, Альперс, 1969; Чэннел, 1976; Кан, 1972; Уилсон, Нойкирх, 2011) оказываются частными случаями слоев построенного широкого класса.

2 Аналитическое описание самосогласованных токовых слоев с широм магнитного поля

Анализ стационарных токовых структур в бесстолкновительной плазме основан на недавно разработанном методе инвариантов движения частиц (Кочаровский и др., 2016). Предположим, что все величины зависят только от одной декартовой пространственной координаты вдоль оси x . Тогда магнитное поле \mathbf{B} , всюду перпендикулярное этой оси, может быть описано с помощью двух компонент векторного потенциала \mathbf{A} : $B_{z,y} = \pm dA_{y,z}/dx$. Как известно, в полностью электронейтральной плазме любая функция распределения, зависящая только от инвариантов движения частиц, т. е. $f_\alpha = f_\alpha(\varepsilon, P_y, P_z)$ для частиц сорта α , удовлетворяет стационарному кинетическому уравнению. Здесь $\varepsilon = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_\alpha^2 c^4}$, \mathbf{p} – энергия и импульс частицы соответственно, c – скорость света, $P_{y,z} = p_{y,z} + q_\alpha/c A_{y,z}$ – компоненты обобщенного импульса, m_α и q_α – масса и электрический заряд частицы.

В случае функций распределения, представимых в виде суммы двух цилиндрически симметричных функций с ортогональными осями симметрии y и z ,

$$f_\alpha = f_\alpha^{(y)}\left(\varepsilon, p_y + \frac{q_\alpha}{c} A_y\right) + f_\alpha^{(z)}\left(\varepsilon, p_z + \frac{q_\alpha}{c} A_z\right), \quad (1)$$

уравнения магнитостатики, записанные для векторного потенциала, распадаются на два независимых уравнения типа Грэда – Шафранова,

$$\frac{d^2 A_{y,z}}{dx^2} = -\frac{dU^{(y,z)}}{dA_{y,z}}, \quad (2)$$

в которых функция $U^{(y,z)}(A_{y,z}) = 4\pi P_{xx}^{(y,z)} + \text{const}$ называется потенциалом Грэда – Шафранова, а величина $P_{xx}^{(y,z)} = \sum_\alpha \int p_x v_x f_\alpha^{(y,z)} d^3\mathbf{p}$ есть xx -компонента тензора давления, $v_x = p_x c^2/\varepsilon$.

Таким образом, рассматривая суперпозиции (1) двух одномерных слоев, взятых так, что магнитное поле одного из них направлено вдоль оси симметрии функции распределения частиц другого, можно получать разнообразные самосогласованные токовые слои с широм магнитного поля.

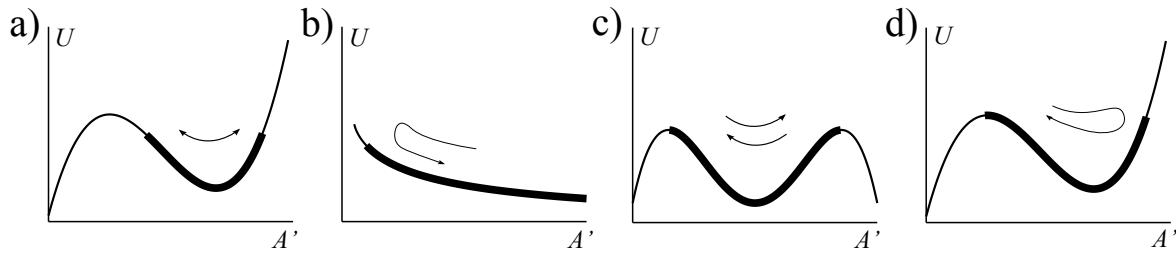


Рис. 1. Различные типы потенциала Грэда – Шафранова (детали см. в Кочаровский и др., 2016), отвечающие: а) периодическим слоям; б) изолированным слоям (подобным слою Харриса); в) двойным слоям (как слой Никольсона); д) симметричным экранированным слоям. Стрелками показано движение изображающей точки A' по склону потенциала

Разумеется, в качестве магнитного поля любого из слоев может выступать и заданное внешнее поле без шира. Получающиеся в результате решения уравнений (2) структуры поля, $\mathbf{B}\{0, B_y, B_z\}$, могут иметь довольно сложные пространственные профили шира, определяемые формой соответствующих потенциалов Грэда – Шафранова (см. рис. 1 и Кочаровский и др., 2016). В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только нескольких характерных самосогласованных структур (рис. 2–5).

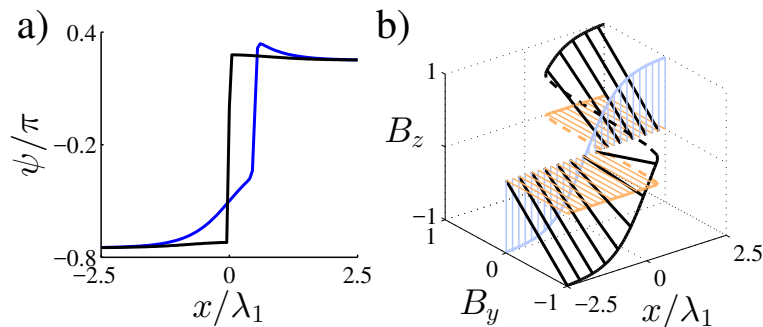


Рис. 2. Токовый слой типа “Харрис + Харрис”, $B_{y,z} \propto \tanh((x - d_{1,2})/\lambda_{1,2})$: а) ход угла шира ψ/π : черная кривая – отношение масштабов двух слоев, λ_2/λ_1 , равно 1.2, $d_1 = d_2$; синяя – $\lambda_2/\lambda_1 = 20$, слои сдвинуты друг относительно друга на величину $d_1 - d_2 = 0.5\lambda_1$; б) черный цвет – полное магнитное поле токового слоя с параметрами, использованными для построения синей кривой в а), голубой и оранжевый – поля ортогональных слоев

Аналогия с уравнениями механики позволяет описывать решения (2) в терминах движения материальной точки по склону потенциальной ямы $U(A')$. Слою харрисовского типа (Харрис, 1962), в котором $B_{y,z} \propto \tanh((x - d_{1,2})/\lambda_{1,2})$, в этом описании соответствует отражение точки A' от потенциальной стенки (рис. 1б). Профили магнитного поля суперпозиции пары таких слоев и угла шира его линий $\psi(x)$, определенного как угол между вектором \mathbf{B} и положительным направлением оси z , изображены на рис. 2 для различных значений пространственных масштабов слоев $\lambda_{1,2}$ и величин их относительного сдвига $d_{1,2}$. При движении вдоль x вектор $\mathbf{B}(x)$ меняет направление своего вращения один раз, поворачиваясь на угол $\psi = \pi$ радиан.

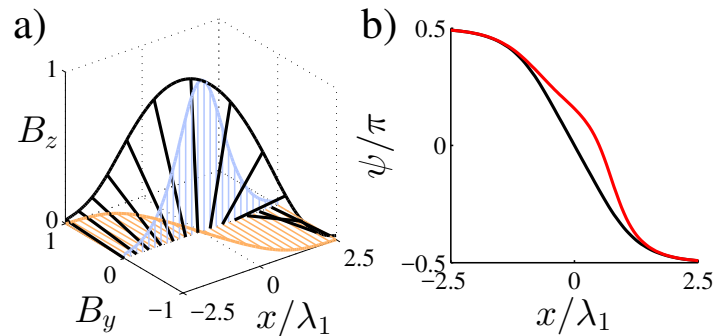


Рис. 3. Слой типа “Харрис + Никольсон”, $B_y \propto \tanh((x - d_1)/\lambda_1)$, $B_z \propto \cosh^{-1}((x - d_2)/\lambda_2)$, $\lambda_2/\lambda_1 = 1.2$: а) черный цвет – полное магнитное поле, голубой и оранжевый – поля ортогональных слоев с $d_1 = d_2$; б) черный – ход угла шира силовых линий для параметров, использованных в а), красный – для случая сдвинутых слоев с $d_1 - d_2 = 0.5\lambda_1$

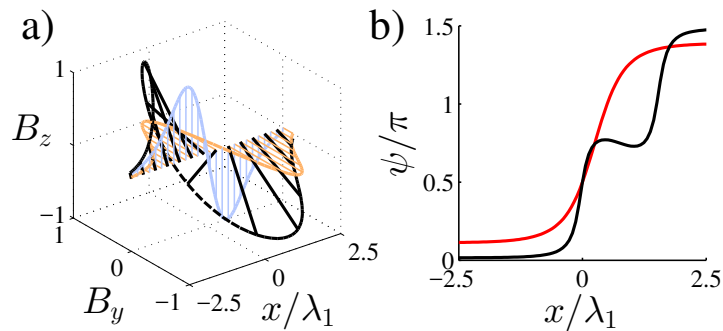


Рис. 4. Два локализованных токовых слоя с антисимметричными магнитными полями, $B_{y,z} \propto d/dx \cosh^{-2}((x - d_{1,2})/\lambda_1)$: а) черный цвет – полное магнитное поле, голубой и оранжевый – поля ортогональных слоев с $d_1 - d_2 = 0.5\lambda_1$; б) красная кривая – ход угла шира в слое с параметрами, как в а), черная – для увеличенного сдвига между слоями: $d_1 - d_2 = 1.5\lambda_1$

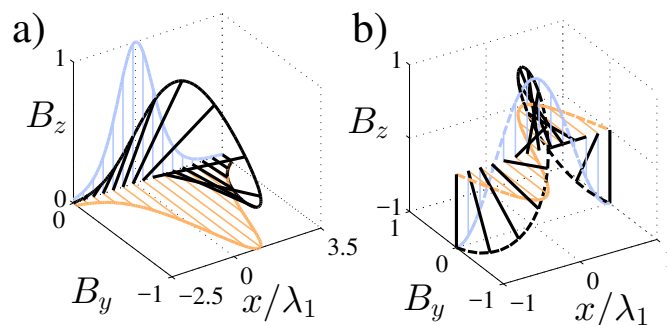


Рис. 5. а) Комбинация двух локализованных слоев: $B_{y,z} \propto \cosh^{-1}((x - d_{1,2})/\lambda_{1,2})$, $\lambda_2/\lambda_1 = 1.2$, $d_1 - d_2 = \lambda_1$; б) Периодический бессиловой токовый слой: $B_y \propto \sin(\pi x/\lambda_1)$, $B_z \propto \cos(\pi x/\lambda_1)$. Черные кривые – полное магнитное поле; голубые и оранжевые – поля ортогональных слоев

Похожие самосогласованные структуры с широм магнитных силовых линий были найдены другим способом в (Альперс, 1969; Чэннел, 1976), но лишь для нерелятивистских максвелловских функций распределений частиц. В построенных нами решениях энергетические распределения частиц могут быть произвольными, и аналогичные структуры с широм могут быть получены для отличных от харрисовского пространственных профилей поля, определяемых другими потенциалами Грэда – Шафранова $U^{(y,z)}(A_{y,z})$.

Движение точки, изображенное на рис. 1с, отвечает самосогласованной структуре с локализованным полем, подобной слою Никольсона (Никольсон, 1963): $B_z \propto \cosh^{-1}((x-d_2)/\lambda_2)$. Его комбинация со слоем типа Харриса приведена на рис. 3 (ср. Кан, 1972), с другим локализованным токовым слоем – на рис. 5а.

Складывая два симметричных экранированных токовых слоя с полем $B_{y,z} \propto d/dx \cosh^{-2}((x-d_{1,2})/\lambda_{1,2})$, отвечающих рис. 1d, получим локализованную структуру, вектор магнитного поля которой меняет направление вращения несколько раз (рис. 4).

Наконец, на рис. 5b представлена бессиловая периодическая конфигурация. В ней $\mathbf{B}^2(x) \equiv \text{const}$, и уравнение баланса давлений, следующее из (2), $P_{xx} + \mathbf{B}^2/8\pi = \text{const}$, сводится к тождеству $P_{xx} \equiv \text{const}$. Другой пример бессилового слоя, напоминающий изображенные на рис. 4а, 5b, приведен в (Уилсон, Нойкирх, 2011). Общая классификация рассмотренных магнитостатических структур с широм может быть построена на основе классификации слоев без шира, представленной в (Кочаровский и др., 2016).

3 Заключение

В работе описан и проанализирован новый обширный класс нейтральных токовых слоев с варьируемыми в широких пределах импульсными и произвольными энергетическими распределениями частиц, а также почти произвольным широм силовых линий. Такие слои могут иметь несколько точек, в которых происходит смена направления вращения вектора магнитного поля в плоскости, перпендикулярной оси неоднородности слоя. Приведены примеры подобных структур с широм, полученные аналитически, и продемонстрировано качественно, что предложенный класс самосогласованных слоев может быть применен для моделирования квазистационарных токовых структур в различных магнитосферных и астрофизических системах.

Работа выполнена в рамках госзадания ИПФ РАН по теме № 29.

Литература

- Альперс (Alpers W.) // *Astrophys. Space Sci.* 1969. V. 5. P. 425.
 Зелёный Л.М., Малова Х.В., Артемьев А.В., Попов В.Ю., Петрукович А.А. // *Физика плазмы.* 2011. Т. 37. № 2. С. 137.
 Кан (Kan J.R.) // *J. Plasma Phys.* 1972. V. 7. P. 445.
 Комар и др. (Komar C.M., Fermo R.L. and Cassak P.A.) // *J. Geophys. Res. Space Physics.* 2015. V. 120. P. 276.
 Комар, Кассак (Komar C.M., Cassak P.A.) // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2016. V. 121. P. 5105.
 Комиссаров и др. (Komissarov S.S., Barkov M. and Lyutikov M.) // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2007. V. 374. P. 415.
 Кочаровский и др. (Kocharovsky V.V., Kocharovsky V.I., Martyanov V.Yu. and Tarasov S.V.) // *Phys. Uspekhi.* 2016. V. 59. P. 1165.
 Малова Х.В., Зелёный Л.М. // *Плазменная гелиогеофизика* / Ред. Зелёный Л.М., Веселовский И.С. В 2 т. Т. 1. М.: Физматлит. 2008. С. 434.
 Николсон (Nicholson R.B.) // *Phys. Fluids.* 1963. V. 6. P. 1581.
 Сомов (Somov B.V.) // *Plasma Astrophysics. Pt. II: Reconnection and Flares. Astrophysics and Space Science Library.* V. 340. New York: Springer. 2010.

- Уилсон, Нойкирх (Wilson F. and Neukirch T.) // *Phys. Plasmas*. 2011. V. 18. id. 082108.
- Харрис (Harris E.G.) // *Nuovo Cimento*. 1962. V. 23. P. 115.
- Харрисон, Нойкирх (Harrison M.G., Neukirch T.) // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. id. 135003.
- Черутти и др. (Cerutti B., Philippov A., Parfrey K., and Spitkovsky A.) // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2015. V. 448. P. 606.
- Чеховской и др. (Tchekhovskoy A., Philippov A., and Spitkovsky A.) // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2016. V. 457. P. 3384.
- Чэннел (Channell Paul J.) // *J. Phys. Fluids*. 1976. V. 19. P. 1541.