

УДК 523.98

Излучательные и безызлучательные моды колебаний тонких магнитных трубок

Ю.Г. Копылова¹, А.В. Мельников¹, А.В. Степанов¹, Ю.Т. Цап²

¹ Главная астрономическая обсерватория РАН, 196140, Пулковое, Санкт-Петербург, Россия

² НИИ «Крымская астрофизическая обсерватория», 98409, Украина, Крым, Научный

Поступила в редакцию 1 марта 2006 г.

Аннотация. В рамках идеальной магнитной гидродинамики (МГД) проведен численный анализ акустического механизма затухания быстрых магнитоакустических (БМЗ) колебаний тонких магнитных трубок. Полученные результаты обобщают имеющиеся представления о собственных модах корональных петель. Определены условия возбуждения излучательных и безызлучательных мод. Оценены значения периодов и добротности колебаний. Обсуждаются возможные приложения полученных результатов.

LEAKY AND TRAPPED MODES OF THIN MAGNETIC TUBES, by Yu.G. Kopylova, A.V. Melnikov, A.V. Stepanov, Yu.T. Tsap. Within the framework of the ideal magnetohydrodynamics the acoustic damping of the fast magneto-acoustic oscillations is analyzed. The obtained numerical results generalize our representations on the eigen-modes of coronal loops. Conditions of excitation of trapped and leaky modes have been determined. The values of periods and qualities of oscillations have been estimated. The possible applications of obtained results are discussed.

Ключевые слова: Солнце, корональные арки, колебания

1 Введение

К настоящему времени получено много указаний, свидетельствующих о связи квазипериодических пульсаций излучения активных областей Солнца с возбуждением собственных МГД-мод колебаний в корональных арках (Ашванден и др., 1999; Ашванден, 2003). Это позволяет существенно обогатить имеющиеся методы диагностики корональной плазмы и магнитных полей. После запуска орбитальных станций SOHO и TRACE актуальность данных исследований еще более возросла, что привело к возникновению нового перспективного направления, названного корональной сейсмологией.

Как известно, радиальные БМЗ-колебания (мода типа перетяжек) с характерным периодом $P = 1-20$ с способны эффективно модулировать излучение корональных петель в различных волновых диапазонах. Однако согласно наблюдениям (Зайцев, Степанов, 1982; Зоди и др., 1984; Степанов и др., 2004), добротность колебаний Q может меняться в широких пределах ($Q = 1-10^3$). Если колебания петель с большими значениями Q можно объяснить пульсациями электрического тока (Зайцев и др., 2000), то малые значения Q скорее обусловлены излучением МГД-волн в окружающую среду, что обеспечивает отток колебательной энергии и, соответственно, реализацию акустического механизма затухания (Зайцев, Степанов, 1975; Цап, Копылова, 2001; Копылова

и др., 2002). Детальное исследование диссипативных процессов показало, что именно данный механизм определяет затухание радиальных БМЗ-колебаний в корональных петлях с плазменным параметром $\beta \ll 1$ (Степанов и др., 2004).

Численное решение дисперсионного уравнения собственных мод тонкой магнитной трубки без учета излучения МГД-мод впервые было проведено Эдвином и Робертсом (1983). Однако пренебрежение акустическим механизмом затухания предполагает, что радиус поперечного сечения петли a должен быть сравним с ее длиной L (“толстая” петля), либо плотность плазмы внутри арки ρ_i более чем на два порядка превосходит плотность плазмы снаружи ρ_e (Ашванден и др., 2004). В то же время, согласно наблюдениям, полученным на TRACE (Ашванден и др., 1999, 2004), корональные петли активных областей обычно отличаются малыми отношениями $a/L \leq 0.1$ и $\rho_i/\rho_e \leq 10^2$. Поэтому пренебрежение акустическим механизмом затухания колебаний корональных арок, важность учета которого отмечалась ранее многими авторами (Кэлли, 1986; Стенуит и др., 1998; Цап, Копылова, 2001; Диаз и др., 2004), может приводить к недостаточно аргументированной интерпретации наблюдений (Накаряков и др., 2003; Ашванден и др., 2004). Так, в случае возбуждения радиальных БМЗ-мод приходится предполагать большое количество узлов колебаний, укладывающихся вдоль оси петли, что представляется проблематичным из-за эффекта сглаживания наблюдаемых пульсаций (Степанов и др., 2004).

Цель данной работы – провести численный анализ дисперсионного уравнения линейных колебаний магнитной трубки и сравнить их с результатами, полученными в рамках аналитических методов исследования (Зайцев, Степанов, 1975, 1982; Цап, Копылова, 2001; Копылова и др., 2002). В работе будут построены зависимости добротности Q и периода P радиальных колебаний от параметра $ka \approx \pi a/L$, где k – продольное волновое число. Результаты работы позволят определить моду колебаний, ответственную за модуляцию излучения корональной петли, а также провести диагностику плазмы по параметрам пульсаций излучения: периоду, глубине модуляции и добротности (Степанов и др., 2004).

2 Дисперсионное уравнение

Рассмотрим в цилиндрической системе координат (r, φ, z) колеблющуюся осесимметричную трубку с магнитным полем $\mathbf{B} = (0, 0, B)$, плотностью плазмы ρ и газовым давлением p . Предположим, что все возмущенные величины пропорциональны $\delta\zeta(r) \exp(-i\omega t + im\varphi + ikz)$. Тогда линеаризованную систему уравнений идеальной МГД можно свести к уравнению Бесселя относительно возмущения полного давления $\delta P = \delta p + \delta B B / 4\pi$ (Зайцев, Степанов, 1982; Эдвин, Робертс, 1983; Цап, Копылова, 2001):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \delta P}{\partial r} \right) - \left(\frac{m^2}{r^2} - \mu^2 \right) \delta P = 0, \quad (1)$$

где

$$\mu^2 = \frac{(k^2 c_s^2 - \omega^2)(\omega^2 - k^2 V_A^2)}{(V_A^2 + c_s^2)(k^2 c_T^2 - \omega^2)}, \quad c_T^2 = \frac{V_A^2}{V_A^2 + c_s^2}, \quad (2)$$

$V_A = B/\sqrt{4\pi\rho}$ – альвеновская скорость, $c_s \approx \sqrt{5p/(3\rho)}$ – скорость звука.

Продольное волновое число k будем считать вещественным, а комплексную частоту представим в виде: $\omega = \omega_0 - i\gamma$. Действительная часть частоты ω_0 определяет дисперсию фазовой скорости и период колебаний, а ее мнимая часть $\gamma \ll \omega_0$ – затухание колебаний, связанное с действием акустического механизма.

Решения уравнения (1) для внутренней (i) и внешней (e) части трубки можно представить следующим образом (Цап, Копылова, 2001):

$$\delta P_i = A_1 J_m(\mu_i r), \quad \delta P_e = A_2 H_m^{(1)}(\mu_e r), \quad (3)$$

где A_1 и A_2 – произвольные константы, $J_m(\mu_i r)$ и $H_m^{(1)}(\mu_e r)$ – функции Бесселя и Ханкеля 1-го рода порядка m , соответственно. Из условий непрерывности возмущений полного давления $\delta P(a)$

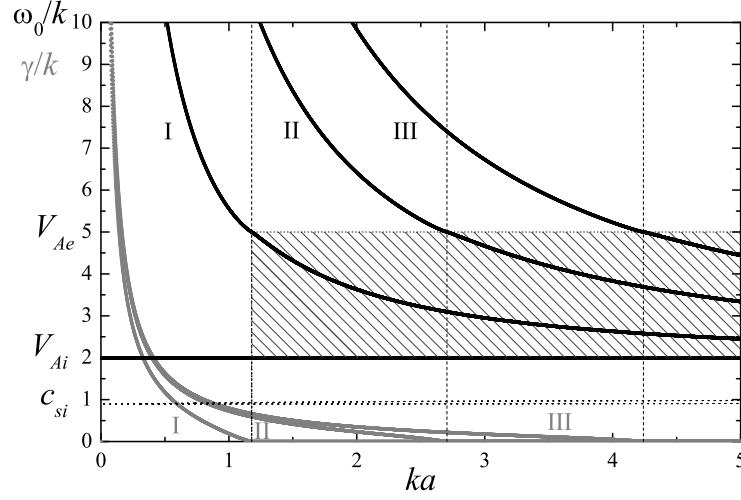


Рис. 1. Дисперсионные кривые радиальных БМЗ-мод для первых трех гармоник ($n = 1, 2, 3$). Прямая линия ($\omega_0/k = V_{Ai}$) обозначает ветвь альвеновских волн, а штриховая – медленных магнитозвуковых. Заштрихованный прямоугольник соответствует области, рассмотренной Эдвином и Робертсом (1983; см. рис. 4)

и радиальной скорости $\delta v_r(a)$ на границе трубки следует дисперсионное соотношение (Зайцев, Степанов, 1975; Эдвин, Робертс, 1983)

$$\rho_e(\omega^2 - k^2 V_{Ae}^2) \mu_i \frac{J'_m(\mu_i a)}{J_m(\mu_i a)} - \rho_i(\omega^2 - k^2 V_{Ai}^2) \mu_e \frac{H_m^{(1)'}(\mu_e a)}{H_m^{(1)}(\mu_e a)} = 0. \quad (4)$$

В рамках аналитических методов исследований уравнения (4) приходится прибегать к весьма грубым приближениям, которые приводят к потере ряда ветвей колебаний (Михаляев, Соловьев, 2004). В свою очередь, Эдвин и Робертс (1983) ограничились численными расчетами лишь для мнимых аргументов ($\mu_e^2 < 0$), выразив решение уравнения (1) для внешней области через функцию Макдональда $K_m(\mu_e a)$. Это означает, что колебания магнитной трубки не приводят к излучению волн ($\gamma = 0$). Между тем аргументы цилиндрических функций уравнения (4) могут быть комплексными, а соответствующие моды – излучательными, и поскольку $K_m(z) = \frac{\pi}{2} i^{m+1} H_m^{(1)}(iz)$, то предлагаемый нами подход позволяет заметно обобщить полученные ранее результаты.

3 Радиальные колебания

В случае возбуждения радиальных колебаний в уравнении (4) необходимо принять $m = 0$. Приравнявая действительные и мнимые части (4) нулю, мы получили систему двух вещественных уравнений относительно неизвестных ω_0/k и γ/k , которая решалась численно. Ранее подобные расчеты, но для изгибных мод ($m = 1$), были проведены Кэлли (1986).

Численные решения уравнения (4) представлены на рис. 1, где построены зависимости ω_0/k и γ/k от параметра ka для трех первых гармоник ($n = 1, 2, 3$) радиальных БМЗ-мод. Как и следовало ожидать, при заданных параметрах: $c_{se} = 0.5c_{si}$, $V_{Ai} = 2c_{si}$, $V_{Ae} = 5c_{si}$, полученные нами дисперсионные кривые радиальных БМЗ-волн в области $V_{Ai} < \omega_0/k < V_{Ae}$ полностью совпадают с кривыми, построенными для мод без излучения Эдвином и Робертсом (1983).

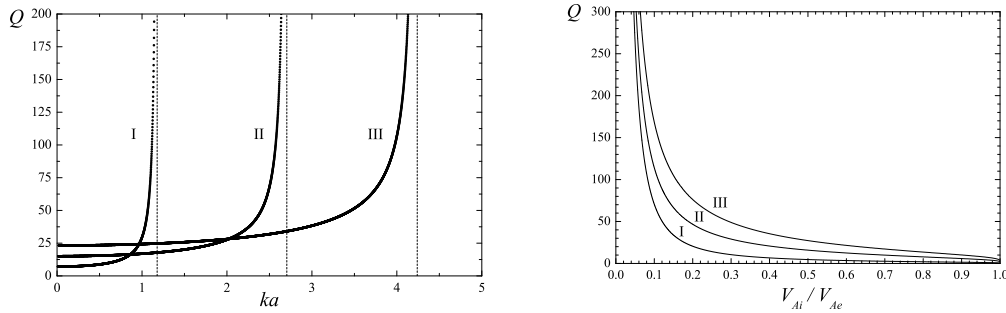


Рис. 2. Слева – зависимость добротность радиальных БМЗ-колебаний Q от параметра ka (слева). Вертикальные штриховые линии соответствуют величине $k = k_c$, определяемой по формуле (5) для $n = 1, 2, 3$. Справа – зависимость добротности радиальных БМЗ-колебаний Q от отношения альвеновских скоростей внутри (V_{Ai}) и снаружи (V_{Ae}) магнитной трубки при $ka \ll 1$

Зависимости добротности Q радиальных БМЗ-колебаний и периода P от параметра ka приведены на рис. 2 и 3 соответственно. На рис. 2 (график справа) представлена зависимость добротности радиальных БМЗ-колебаний Q от отношения альвеновских скоростей V_{Ai}/V_{Ae} при $ka \ll 1$. Ранее подобная зависимость была получена аналитически (см. рис. 1 в работе Копыловой и др., 2002). Заметим, что, определив период и добротность пульсаций по временному профилю излучения, с помощью рис. 2 и 3 мы можем выяснить, какая именно мода или гармоника радиальных колебаний вызвала модуляцию излучения. Значение добротности можно сравнительно легко оценить из наблюдений: $Q \approx \pi s$, где s – число пульсаций излучения.

Критическое значение продольного волнового числа k_c , которое определяет генерацию излучательных и безызлучательных мод, находится из условия: $k_c = \omega_0/V_{Ae}$. В этом случае, согласно (4), $J_0(\mu_i a)|_{k=k_c} = 0$, откуда следует:

$$k_c = \frac{\eta_n}{a} \left[\frac{(c_{si}^2 + V_{Ai}^2)(V_{Ae}^2 - c_T^2)}{(V_{Ae}^2 - V_{Ai}^2)(V_{Ae}^2 - c_{si}^2)} \right]^{1/2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (5)$$

где η_n представляет собой n -й нуль функции Бесселя $J_0(\eta)$. Если $k \geq k_c$, то возбуждаются моды без излучения, при $k < k_c$ – излучательные моды.

Для оценки периода радиальных колебаний с излучением МГД-волн Зайцевым и Степановым (1975, 1982) получено выражение

$$P = \frac{2\pi a}{\eta_n \sqrt{c_{si}^2 + V_{Ai}^2}}, \quad (6)$$

где значения η_n соответствуют нулям функции Бесселя $J_0(\eta)$. На рис. 3 мы нанесли значения периода, найденные по формуле (6), для первых трех гармоник радиальных БМЗ-мод ($\eta_n \approx 2.40, 5.52, 8.65$). Откуда видно, что для излучательных мод формула (6) является хорошей аппроксимацией построенных кривых. При $n > 1$ она также пригодна для описания моды без излучения. Однако в случае возбуждения основной гармоники безызлучательной моды ($n = 1$) ее применение может приводить к значительным погрешностям.

Следует ожидать, что в условиях солнечной короны наиболее эффективно будет возбуждаться глобальная мода колебаний, когда все участки петли колеблются синхронно. В пользу этого заключения свидетельствуют как отмеченная выше проблема сглаживания пульсаций, так и недавние наблюдения на радиогелиографе Nobeyama вспышки 12.01.2000 (Накаряков и др., 2003), которые показали, что осцилляции излучения на частоте 34 ГГц с периодом $P \approx 10$ с в основаниях

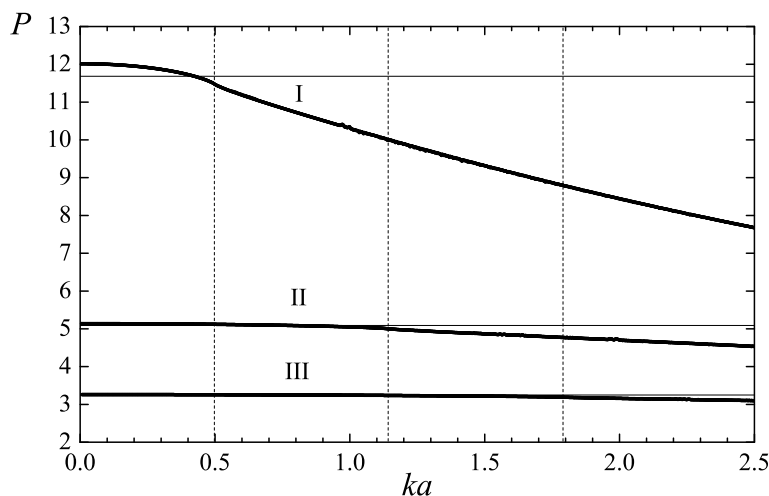


Рис. 3. Зависимость периода радиальных БМЗ-колебаний P (в секундах) от параметра ka . Скорость звука $c_{si} = 300$ км/с, радиус петли $a = 3000$ км. Прямые горизонтальные линии следуют из приближенной формулы (6). Вертикальные штриховые линии соответствуют величине $k = k_c$, определяемой по формуле (5) для $n = 1, 2, 3$

и вершине петли являются синхронными. Поскольку корональные петли активных областей обычно отличаются малым отношением $a/L \leq 0.1$, то при $k \approx \pi/L$ значение параметра $ka \leq 0.3$. Поэтому в рамках принятых ограничений, как видно из рис. 1, глобальная мода может быть только излучательной.

4 Заключение

В настоящей работе мы рассмотрели МГД-колебания тонких магнитных трубок в условиях солнечной короны. На основе численных методов решения дисперсионного уравнения (4) был построен полный спектр радиальных БМЗ-колебаний. Найденные условия возбуждения излучательных и безызлучательных мод, а также значения периодов и добротности колебаний позволяют проводить более аргументированную диагностику плазмы и магнитных полей короны Солнца.

Излучательный или безызлучательный характер осцилляций определяется параметрами петли. В тонких протяженных петлях активных областей с $\rho_i/\rho_e \ll 10^2$ возбуждаются излучательные моды. В случае, если вспышка происходит в арке с отношением характерных размеров $L/a \leq 10$ и отношением плотностей $\rho_i/\rho_e > 10^2$, могут раскачиваться колебания, не приводящие к излучению МГД-волн в окружающую среду.

Нами было показано, что выражение (6), предложенное Зайцевым и Степановым (1975, 1982) для оценки периода радиальных колебаний, является хорошим приближением, что несколько противоречит выводам Накарякова и др. (2003), а также Ашвандена и др. (2004). Лишь для безызлучательных мод первой пространственной гармоники использование формулы (6) может привести к заметным погрешностям.

Работа поддержана РФФИ (гранты 06-02-16838 и 06-02-16859). А.В.Мельников благодарит Фонд содействия отечественной науке за оказанную финансовую поддержку.

Литература

- Ашванден (Aschwanden M.J.) // Proc. NATO Adv. Res. Workshops Eds. R. von Fay Siebenburgen., K. Petrov., B. Roberts., M. J. Aschwanden. 2003. P. 22.
- Ашванден и др. (Aschwanden M.J., Fletcher L., Schrijver C.J., Alexander D.M.) // *Astrophys. J.* 1999. V. 520. P. 880.
- Ашванден и др. (Aschwanden M.J., Nakariakov V.M., Melnikov V.F.) // *Astrophys. J.* 2004. V. 600. P. 458.
- Диаз и др. (Díaz A.J., Oliver R., Ballester J.L., Roberts B.) // *Astron. Astrophys.* 2004. V. 424. P. 1055.
- Зайцев и др. (Zaitsev V.V., Уро S., Stepanov A.V.) // *Astron. Astrophys.* 2000. V. 357. P. 1105.
- Зайцев В.В., Степанов А.В. // *Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца.* 1975. Вып. 37. С. 3.
- Зайцев В.В., Степанов А.В. // *Письма в Астрон. журн.* 1982. Т. 8. С. 248.
- Зоди и др. (Zodi A.M., Kaufmann P., and Zirin H.) // *Solar Phys.* 1984. V. 92. P. 283.
- Копылова Ю.Г., Степанов А.В., Цап Ю.Т. // *Письма в Астрон. журн.* 2002. Т. 28. С. 870.
- Кэлли (Cally P.S.) // *Solar Phys.* 1986. V. 103. P. 277.
- Михаляев Б.Б., Соловьев А.А. // *Письма в Астрон. журн.* 2004. Т. 30. С. 307.
- Накаряков и др. (Nakariakov V.M., Melnikov V.F., Reznikova V.E.) // *Astron. Astrophys.* 2003. V. 412. P. L7.
- Стенуит и др. (Stenuit H., Keppens R., and Goossens M.) // *Astron. Astrophys.* 1998. V. 331. P. 392.
- Степанов А.В., Копылова Ю.Г., Цап Ю.Т. и др. // *Письма в Астрон. журн.* 2004. Т. 30. С. 530.
- Цап Ю.Т., Копылова Ю.Г. // *Письма в Астрон. журн.* 2001. Т. 27. С. 859.
- Эдвин, Робертс (Edwin P.M., Roberts B.) // *Solar Phys.* 1983. V. 88. P. 179.