

УДК 523.947

Модель внутреннего строения Солнца с уравнением состояния SAHA-S и осаждением гелия

С.В. Аюков, В.А. Батурин, А.Б. Горшков

ГАИШ МГУ, Россия

Поступила в редакцию 31 декабря 2005 г.

Аннотация. Теория строения и эволюции Солнца опирается на фундаментальное физическое описание процессов в плазме и состоит в расчете эволюции профиля химического состава. На сегодняшний день актуальным, но слабо изученным явлением является микроскопическое перераспределение гелия и других элементов в процессе эволюции. Этот процесс ведет к заметному уменьшению содержания гелия во внешних слоях Солнца. В работе исследовано влияние осаждения гелия на эволюционные параметры модели, а также математические проблемы моделирования процесса диффузии. Представлены рассчитанные диффузионные модели Солнца с новым уравнением состояния SAHA-S.

Ключевые слова: внутреннее строение Солнца, уравнение состояния, осаждение, диффузия

1 Модель внутреннего строения современного Солнца

Моделью внутреннего строения Солнца будем называть совокупность распределений по радиусу локальных физических величин (температуры, плотности, давления и др.), которые подчинены условиям равновесия или стационарности, а также локальным соотношениям в каждой точке. Классическими общими предположениями о модели являются предположение о сферической симметрии, и о возможности описания среды с помощью локальных значений параметров в каждой точке. Последнее предположение часто связывают с предположением о ЛТР. Условия равновесия определяют распределения по радиусу и выражают гидростатическое равновесие и стационарность теплового потока. Локальные физические соотношения не зависят от радиуса и сводятся к уравнению состояния, а также к выражениям коэффициентов теплопереноса и сечений ядерных реакций. Поскольку локальные соотношения не зависят от модели, то они являются универсальными и определяются микрофизическими моделями плазмы. Однако микрофизические соотношения зависят в общем случае от химического состава, который необходимо ввести в модель внутреннего строения.

В рамках стандартной модели предполагается, что для заданного распределения химического состава можно построить модель внутреннего строения. Задача сводится к получению “подходящего” профиля химического состава, начиная с однородного состояния. Для согласования с наблюдаемыми значениями солнечного радиуса и светимости подгоняют некоторые параметры модели и ее эволюции – в частности начальное содержание водорода или гелия. Ясно, что различные микрофизические модели плазмы ведут к различным моделям внутреннего строения

Солнца. Тем не менее, в настоящее время некоторые общие характеристики строения Солнца установлены с достаточной достоверностью. Внешнюю часть Солнца занимает конвективная зона, причем ее нижняя граница находится на уровне $h/R=0.287$. Содержание гелия в конвективной зоне также должно составлять около 24% по массе. Выгорание водорода в ядерных реакциях составляет около 6%, и его содержание в центре (в модели без центральной конвекции) уменьшается почти вдвое в процессе эволюции. Начальное содержание гелия для современных непрозрачностей должно быть около 28%. Несмотря на разнородность и приблизительность указанных величин, они накладывают серьезные ограничения на расчет моделей, и, как подтверждено в многочисленных экспериментах, удовлетворение всем указанным условиям – далеко не простая задача. Наиболее часто цитируемой моделью, построенной в рамках описанных приближений, является модель S (Кринстенсен-Далсгаард и др., 1996). За прошедшие десять лет не удалось получить модель на таком же уровне согласования с перечисленными выше ограничениями. В нашей работе данная модель будет использоваться как базовая для сравнения.

Мы представляем результаты собственных расчетов моделей, акцентируя внимание на введение новой версии уравнения состояния SAHA-S (Грязнов и др., 2004), а также на проблемах расчета профиля химического состава с учетом диффузионного перераспределения вещества.

2 Физические процессы и уравнения осаждения и диффузии

Химический состав вещества на Солнце меняется вследствие двух факторов: главный – это термоядерные реакции превращения водорода в гелий, второй – перемешивание и микроскопический перенос вещества. Интенсивное перемешивание происходит в конвективной зоне, более слабое и малоизученное перемешивание имеет место в лучистой как результат меридиональной циркуляции. Микроскопический перенос включает осаждение и диффузию. Осаждение (сегрегация) возникает вследствие наличия градиентов температуры и давления; тяжелые частицы (гелий и более тяжелые элементы) дрейфуют к центру Солнца, протоны движутся в обратном направлении. Поток излучения также может вести к сегрегации, увлекая за собой ионы с большим сечением поглощения; этот эффект (ускорение излучением) обычно считался малым, однако в работе (Туркот и др., 1998) было показано, что для элементов тяжелее гелия им пренебрегать нельзя. Градиенты концентраций вызывают диффузию, стремящуюся выровнять концентрации.

Впервые на важность учета осаждения указал Нордлингер (1977), но лишь в начале 1990-х учет диффузии вошел в практику расчетов стандартной модели Солнца. В модели S учитывается осаждение и диффузия гелия и тяжелых элементов на примере кислорода; учет ускорения излучением отсутствует.

Профиль химического состава Солнца описывается массовыми долями водорода X , гелия Y , и общей долей тяжелых элементов Z ; $X + Y + Z = 1$. Уравнение эволюции элемента $X_i(r, t)$ записывается в виде:

$$\rho \frac{\partial X_i(r, t)}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{j} + q. \quad (1)$$

Два слагаемых в правой части связаны с микроскопическими потоками вещества \mathbf{j} и с функцией q , описывающей превращения в ядерных реакциях. Поток – величина векторная, и в правой части (1) присутствует дивергенция. В сферически симметричной звезде, с использованием массовой переменной m_r ($dm_r = 4\pi r^2 dr$), можно записать ($j = \rho V_i X_i$):

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = -4\pi \frac{\partial}{\partial m_r} (r^2 \rho V_i X_i). \quad (2)$$

Выражение для скорости переноса V_i использовано из (Мишад, Профитт, 1993), как и в модели S. Оно приведено полностью в докладе (Горшков и др., 2006).

Выражение (1) выражает баланс количества вещества данного сорта. Отметим, что уравнение (1) имеет смысл для дифференцируемых потоков j . В наглядной форме это значит, что

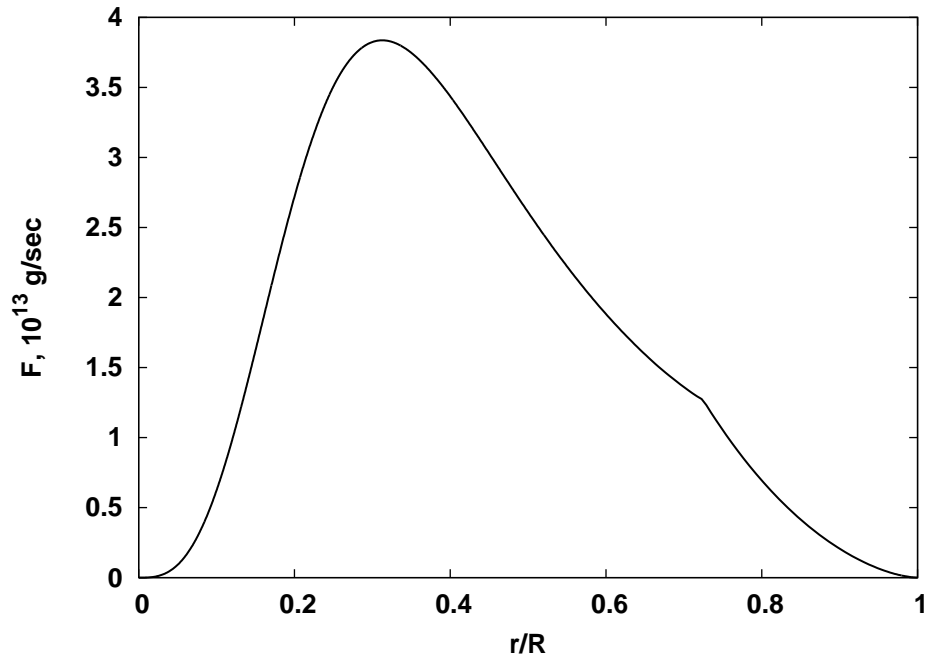


Рис. 1. Поток гелия к центру через сферу радиуса r/R , г/сек

график потока должен быть гладким, чтобы в любой его точке существовала производная. Легко убедиться, что в точках “излома” графика появляются источники или стоки вещества, которые должны описываться членом q . В солнечной модели гладкость нарушается в основании конвективной зоны. Для описания эволюции химического состава в конвективной зоне удобно использовать интегральное условие баланса при отсутствии источников. Взяв интеграл от (1) по всей конвективной зоне, получим скорость изменения количества вещества в ней в виде:

$$\frac{dm_i^{conv}}{dt} = \int_{m_{conv}} \nabla \cdot j = j(r_{up}) - j(r_{bot}) = j_{bot}, \quad (3)$$

демонстрирующий наглядный результат – скорость изменения содержания в конвективной зоне определяется потоком вещества в ее основании. Такая картина объясняет представления об осаждении (вытекания) гелия из конвективной зоны и обогащения ее водородом, который замещает осажденный гелий по массе. Обогащение водородом конвективной зоны есть прямое следствие закона сохранения импульса в изолированной системе – сумма потоков импульса должна быть равна нулю, чтобы центр масс оставался на месте. Скорость осаждения рассчитывается для гелия и для тяжелых элементов, а изменение содержания водорода получается как сумма изменений с обратным знаком.

Использование потока в основании конвективной зоны не всегда возможно, поскольку так нарушается предположение о гладкости. В этом случае мы использовали интеграл от дивергенции потока по всей конвективной зоне (3), который достаточно легко вычислить.

На рис. 1 показан поток гелия к центру через сферу радиуса r , рассчитанный по вышеприведенной формуле для модели на начальной главной последовательности (с однородным химическим составом). Производная этого потока по массовой координате дает скорость изменения массовой доли гелия, т. е. dY/dt . Поток исчезает на границах и имеет максимум. Это значит, что гелий “перетекает” из области с отрицательной производной (внешние слои) в центральное ядро, где производная положительна. В точке максимума скорость изменения содержания гелия равна

нулю – входящий и выходящий потоки одинаковы. Также виден излом на дне конвективной зоны ($r/R = 0.71$), вызванный изломом производных dP/dr , dT/dr в модели.

Причиной возникновения микроскопических потоков является отсутствие термодинамического равновесия внутри звезды. Ядро звезды горячее, чем его внешние слои, и под действием силы тяжести образуется градиент давления. Разница концентраций ведет к градиентной диффузии. Поскольку ожидаемые потоки весьма малы в звездах, можно использовать приближение линейной неравновесной термодинамики, которая утверждает, что поток должен быть пропорционален градиенту соответствующей величины, то есть

$$j_i = A(T, P, X_i)\nabla P + B\nabla T + C\nabla X_i + \dots \quad (4)$$

(в коэффициентах пропорциональности B и C опущены аргументы, аналогичные аргументам A). Поток, пропорциональный градиенту давления, называют бародиффузией, когда более тяжелые частицы дрейфуют в область большей гравитационной энергии. Этот эффект не следует путать с гидродинамическим движением тяжелого тела в легкой жидкости, хотя определенная аналогия между явлениями присутствует. Поток, пропорциональный градиенту температуры, называют термодиффузией; в рамках принятой модели он также ведет к осаждению тяжелых элементов к центру. Третий член соответствует градиентной диффузии и стремится выровнять градиенты концентраций. В Солнце первые два эффекта доминируют над третьим.

В настоящей работе рассматривается только характер коэффициентов диффузии и получаемых решений. Отметим, что описание градиентной диффузии требует существования второй производной профиля содержания $X_i(r)$, что не всегда выполняется в стандартной модели.

Таблица 1. Уменьшение содержания гелия (ΔY) в конвективной зоне: работы разных авторов середины 1990-х годов. Y_e – содержание гелия в конвективной зоне современного Солнца

	ΔY	Y_e
Нордлингер 1977	0.026	0.204
Кристенсен-Далсгаард 1996 (модель S)	0.028	0.2447
Брюн, Турк-Чиз, Морель 1998	0.030	0.243
Габриель, Карлир 1997	0.025	0.252
Гюнтер, Ким, Демарк 1996	0.017	0.252
Гужик, Свенсон 1997	0.030	0.2426
Туркот и др. 1998	0.029	0.2477
Ричард и др. 1996	0.021	0.2584
Бакалл, Пинсонеолт 1995	0.031	0.247
Данная работа	0.030	0.2355

3 Проблемы расчета осаждения и диффузии

Вернемся к выражению для потока (4), и подставим его в уравнение (1), сохранив зависимости в схематической форме:

$$\dot{X}_i \simeq A(\nabla^2 T, \nabla^2 P, \dots) + B(\nabla T, \nabla P, \dots)\nabla X_i + C\nabla^2 X_i \quad (5)$$

Полученное выражение демонстрирует зависимость скорости изменения содержания не только от последовательных производных X_i , но и от вторых производных давления и температуры в модели. В стандартной модели градиенты температуры и давления существуют и непрерывны во всей звезде, однако вторые производные имеют разрыв в основании конвективной зоны. Тем самым, формальное интегрирование уравнения (5) ведет к разрывному решению для $X_i(r)$, даже если

начальный профиль содержания полностью однородный. Это развитие разрыва решения связано с переключением в описании теплопереноса в самой модели.

Существует другая причина возникновения разрывных профилей $X_i(r)$, связанная с самими свойствами коэффициентов диффузии. Конвективное перемешивание можно описать в рамках обычного уравнения (1), если положить коэффициент диффузии большой величине внутри конвективной зоны. Однако на границе конвективной зоны коэффициент C будет испытывать скачок. Результатом будет скачок в решении уравнения диффузии, то есть в профиле $X_i(r)$.

3.1 Сглаживание

Из приведенного выше анализа следует, что формальные решения для $X_i(r)$ оказываются разрывными. Это имеет серьезные последствия для всей процедуры построения модели Солнца. Как результат, профиль плотности тоже становится разрывным вместе с первыми производными температуры и давления. Для подобных моделей строгий расчет диффузионных потоков по приведенным выше уравнениям становится невозможным.

Поэтому при расчетах моделей с диффузией появляется идея использовать приближенные, сглаженные профили, не имеющие точек разрыва. Сглаживание происходит под основанием конвективной зоны, где физически возможно наличие переходного слоя частичного перемешивания.

Получить непрерывный профиль можно многими способами. Например, можно устранить разрыв коэффициента диффузии, который бы непрерывно переходил от большого значения к умеренному в зоне лучистого переноса. Однако при этом не устраняется само наличие переходного слоя, где проявляется жесткость уравнений и проявляется неустойчивость решения.

Кроме того, переходный слой с непрерывным коэффициентом диффузии не исключает структурного источника разрыва. Положение основания конвективной зоны меняется в процессе эволюции, причем наличие особых точек в профиле химического состава может оказать влияние на процедуру определения положения. Кроме того, указанная выше особенность во вторых производных характерна для моделей с однородным химическим составом в оболочке. При наличии излома в профиле химического состава характер структурной особенности может оказаться более жестким.

На практике часто используется сглаживание как структурных особенностей модели, так и профилей содержания, основанное на использовании фиксированной конечно-разностной сетки. В таких расчетах положение основания конвективной зоны не выделяется, а разрыв решения сглаживается в той или иной мере. Такая схема использовалась при построении модели S.

В наших расчетах используется алгоритм интегрирования с переменным шагом, и точка основания конвективной зоны определяется явным образом, поэтому все условия в особой точке должны определяться явным образом. Нам не удалось предложить полное решение задачи, и мы ограничиваемся приближенным алгоритмом описания поведения решения в окрестности основания конвективной зоны.

Во-первых, в выражении для потока (4) мы игнорировали член, описывающий градиентную диффузию. Этот член мал по сравнению с другими везде, кроме, возможно, переходного слоя под основанием конвективной зоны, где он вызывает сильную неустойчивость решений. Во-вторых, мы допускаем разрыв профиля содержания водорода и гелия в точке основания конвективной зоны. Такой разрыв возникает из-за того, что расчет содержания водорода в лучистой и конвективной зоне ведется независимо. В конвективной зоне это результат интеграла (3), а в лучистой – вычисление производной (2) в каждой точке. В настоящее время не ясно, насколько велика ошибка, вносимая таким способом расчета. Основанием для оптимизма является то, что ошибка локализована именно в переходном слое и при удалении от него вглубь Солнца исчезает. Основная проблема получаемой модели связана с тем, что положение конвективной зоны определяется неуверенно, и меняются связанные с этим структура и акустические свойства слоев в переходной области. Фактически использованный в настоящих расчетах метод предполагает неявным образом сглаженный поток в переходном слое.

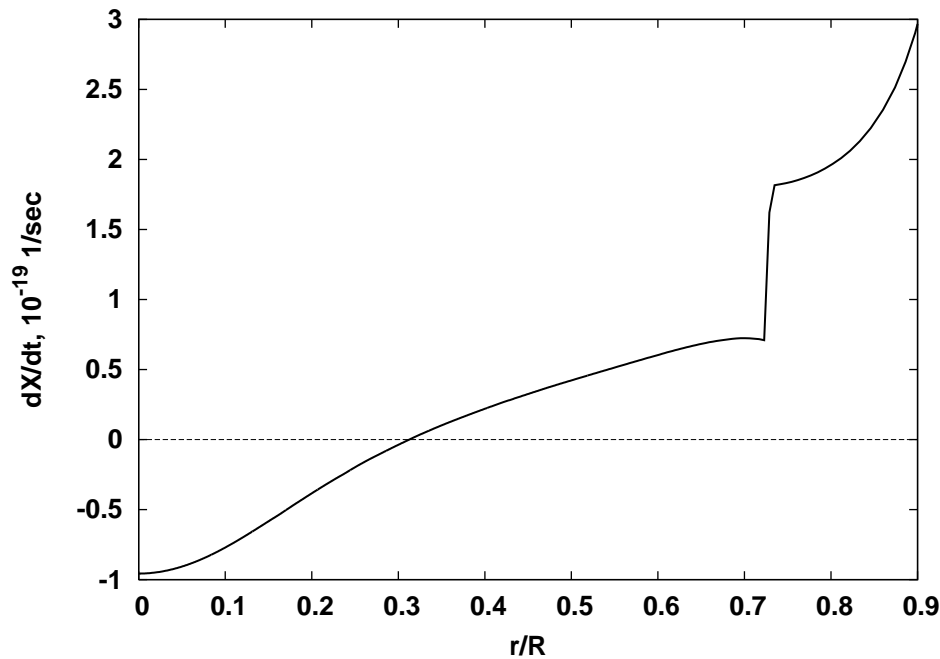


Рис. 2. Разрыв производной dX/dt на нижней границе конвективной зоны

4 Модели Солнца

В работе (Аюков и др., 2004б) сравниваются уравнения состояния SAHA-S, OPAL96 (Свенсон и др., 1996), OPAL2001 (Роджерс, Найфонов, 2001), а также общая структура моделей, рассчитанных с этими уравнениями состояния. В данной работе основное внимание уделено эволюции химического состава и эффектам осаждения и диффузии.

Таблица 2. Модели Солнца: общие характеристики

	Model S	610-0002	610-0003
Уравнение состояния	OPAL96	OPAL96	SAHA-S
Начальное содержание водорода X_0	0.7091	0.7159	0.7149
Содержание водорода в конвективной зоне X_{ENV}	0.7372	0.7463	0.7455
Изменение содержания водорода ΔX	0.0281	0.0303	0.0306
Содержание водорода в центре X_c	0.3353	0.3389	0.3384
Глубина конвективной зоны, h/R	0.713	0.7107	0.7111

В таблице 2 приведены основные параметры модели S и рассчитанных нами моделей. Модели 610-0002 и 610-0003 по большинству параметров близки к модели S, но есть и отличия. Во-первых, в них не учитывалась градиентная диффузия. Во-вторых, в наших моделях нет осаждения тяжелых элементов. Содержание тяжелых элементов Z в наших расчетах не менялось со временем и оставалось однородным; отношение Z/X равно 0.0245. Есть также незначительные отличия в скоростях ядерных реакций и внешних граничных условиях. Модели 610-0003 и 610-0002 отличаются только уравнением состояния.

Отметим основные эффекты осаждения на параметры эволюционных моделей. С учетом

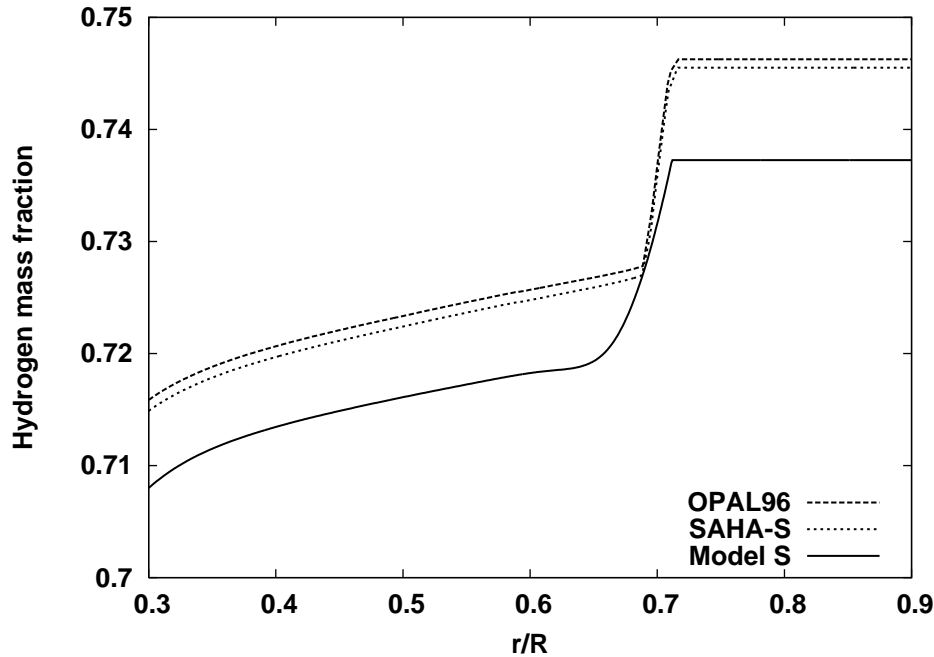


Рис. 3. Профиль массовой доли водорода в моделях S, 610-0002 (OPAL96), 610-0003 (SAHA-S)

процессов осаднения, содержание водорода в центре становится еще меньше (из-за его вытеснения осаждающимся гелием). Результирующее значение приведено в таблице 2. Основной эволюционный эффект состоит в изменении современного содержания гелия в конвективной зоне. Начальное значение массовой доли водорода X_0 для модели без диффузии (Аюков и др. 2004) составляет 0.7162 против 0.7159 для модели с диффузией, т. е. эффект диффузии не имеет калибровочного характера (не проявляется через эволюционную калибровку).

В рамках классической модели, содержание элементов в оболочке звезды не меняется со временем и отражает содержание в эпоху образования Солнца. Ситуация меняется при учете осаднения. Величина уменьшения содержания гелия является принципиальной характеристикой использованной модели осаднения элементов, и приведена в таблице как ΔY вместе с содержанием водорода в современном Солнце.

Таблица показывает, что полученная нами величина истечения гелия из КЗ за время эволюции $\Delta X = 0.030$ близка к получившейся в модели S, что подтверждает правильность предложенной схемы расчетов. Также ясно, что уравнение состояния слабо сказывается как на эволюционных параметрах модели, так и на скорости осаднения элементов.

До некоторой степени случайно глубина конвективной зоны получилась близкой к модели S, в пределах ошибок гелиосейсмического определения (0.713 ± 0.003 ; Кристенсен-Далсгаард и др., 1991), несмотря на сравнительно низкое содержание гелия в КЗ. Данное совпадение также требует дополнительного исследования, с учетом разницы как в содержании гелия и тяжелых элементов, так и возможной разницы в энтропии конвективной зоны.

Профили содержания водорода X приведены на рис. 3. Имеется систематическое отличие от Model S; разница же между моделями 610-0002 и 610-0003 невелика, как и ожидалось. Отличие от модели S обусловлено разницей в начальном содержании гелия. Причина этой калибровочной разницы до конца не исследована; скорее всего она кроется в разнице непрозрачностей, которая, в свою очередь, вызвана разницей в содержании тяжелых элементов. Под конвективной зоной в моделях 610-0002, 610-0003 виден излом на профиле X . В модели S под конвективной зоной профиль X выглядит более сглаженным.

Рассчитанные модели и профили показателя адиабатической сжимаемости Γ_1 дают основание утверждать, что уравнение состояния SAHA-S находится на хорошем современном уровне. По гелиосейсмическим данным его “качество” примерно соответствует OPAL96. Отличие SAHA-S от OPAL96, однако, может быть обнаружено на уровне точности, достигнутом в гелиосейсмических инверсиях.

Помимо этого, модель уравнения состояния SAHA-S допускает расчеты с переменным содержанием тяжелых элементов, в отличие от таблиц OPAL, в которых состав смеси тяжелых элементов фиксирован. Несмотря на то, что состав Z обычно считается очень малым фактором для уравнения состояния, эта возможность может оказаться весьма полезной, особенно в связи с недавним предположением о более низком содержании кислорода в конвективной зоне по сравнению с общепринятым значением (Асплунд и др., 2004).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 05-02-17302-а.

Литература

- Аюков С.В., Батурин В.А., Грязнов В.К., Иосилевский И.Л., Старостин А.Н., Фортвов В.Е. // Письма в ЖЭТФ. 2004а. Т.80. С. 163.
- Аюков С.В. и др. (Ayukov S.V., Baturin V.A., Gryaznov V.K., Iosilevskiy I.L. and Starostin A.N.) // Equation of State and Phase-Transition in Models of Ordinary Astrophysical Matter, AIP Conference Proceedings. 2004. P. 178.
- Асплунд М. и др. (Asplund M., Grevesse N., Sauval A.J., Allende Prieto C., Kiselman D.) // Astron. Astrophys. 2004. V. 417. P. 451.
- Бакалл Дж., Пинсоннеолт М. (Bahcall J.N., Pinsonneault M.H.) // Rev. Mod. Phys. 1995. V.67. P.781.
- Брюн А., Турк-Чиз С., Морель П. (Brun A.S., Turck-Chieze S., Morel P.) // Astrophys. J. 1998. V.506. P. 913.
- Габриэль М., Карлир Ф. (Gabriel M., Carlier F.) // Astron. Astrophys. 1997. V. 317. P. 580.
- Горшков А.Б. // 2006. данный сборник.
- Грязнов В.К. и др. (Gryaznov V.K., Ayukov S.V., Baturin V.A., Iosilevskiy I.L., Starostin A.N. and Fortov V.E.) // Equation of State and Phase-Transition in Models of Ordinary Astrophysical Matter, AIP Conference Proceedings. 2004. P. 147.
- Гужик Дж., Свенсон Ф. (Guzik J.A., Swenson F.J.) // Astrophys. J. 1997. V. 491. P. 967.
- Гюнтер Д.Б., Ким И.-С., Демарк П. (Guenther D.B., Kim Y.-C., Demarque P.) // Astrophys J. 1996. V. 463. P. 382.
- Иглесиас К., Роджерс Ф. (Iglesias C.A., Rogers F.J.) // Astrophys. J. 1996b. V. 464. P. 943.
- Кристенсен-Далсгаард Й. и др. (Christensen-Dalsgaard J., Däppen W., Ayukov S.V. et al.) // Science 1996. V. 272. P. 1286.
- Кристенсен-Далсгаард Й. и др. (Christensen-Dalsgaard J., Gough D.O., Thompson M.J.) // Astrophys. J. 1991. V. 378. P. 413.
- Мишад Ж., Профитт К. (Michaud G., Proffitt C.R.) // Inside the stars, IAU Colloq. 137/Eds. W.Weiss and A.Baglin. ASP Conference Series. 1993. V. 40. P. 246.
- Нордлингер П. (P.D.Noerdlinger) // Astron. Astrophys. 1977. V. 57. P. 407.
- Ричард О. и др. (Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C., Dziembowski, W.A.) // Astron. Astrophys. 1996. V. 312. P. 1000.
- Роджерс Ф., Найфонов А. (Rogers F.J., Nayfonov A.) // Astrophys. J. 2002. V. 576. P. 1064.
- Роджерс Ф., Иглесиас К. (Rogers F.J., Iglesias C.A.) // Astrophys. J. 1992. V. 401. P. 361.
- Свенсон Ф., Иглесиас К. (Swenson F.J., Iglesias C.A.) // Astrophys J. 1996a. V. 456. P. 902.
- Туркот С. и др. (Turcotte S., Richer J., Michaud G., Iglesias C.A., Rogers F.J.) // Astrophys. J. 1998. V. 504. P. 539.