Изв. Крымской Астрофиз. Обс. 103, № 4, 102–106 (2007)

ИЗВЕСТИЯ КРЫМСКОЙ АСТРОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

УДК 52.655

Новая формулировка фазовой матрицы эффекта Ханле

Д.Н. Рачковский

НИИ “Крымская астрофизическая обсерватория”, 98409, Украина, Крым, Научный.

Поступила в редакцию 1 марта 2006 г.

Аннотация. Рассматриваются отдельные варианты влияния наличия магнитного поля на фазовую матрицу рассеяния излучения. Показано, что в случаях сильного магнитного поля, магнитного поля нормального поверхности атмосферы, или магнитного поля однородного по величине, но случайно ориентированного, фазовая матрица практически сводится к обычной резонансной матрице.

THE NEW FORMULATION OF THE HANLE EFFECT PHASE MATRIX, *by D.N.Rachkovsky.* The separate variants of influence of magnetic field presence on a phase matrix of radiation scattering are considered. It is shown, that in cases of strong magnetic field, magnetic field normal to the surface of atmosphere, or magnetic field homogeneous in size but random orientated the phase matrix is practically reduced to the usual resonance one.

Ключевые слова: Солнце, излучение, поляризация, магнитное поле

1 Введение

Поляризационная матрица рассеяния излучения в слабом магнитном поле (эффект Ханле) расчитывалась многими авторами. Одними из первых таких работ для линий с квантовыми числами $J_k = 1, J_p = 0$ и $J_k = 0, J_p = 1$ являлись работы Степанова (1962), Обридко (1965) и Рачковского (1971). В дальнейшем основной вклад в рассматриваемую проблему был сделан Стенфло (1992, 1994).

Некоторое уточнение теории, развитой Стенфло, было сделано нами (Рачковский, 2005a). Мы показали, что при расчете фазовой матрицы по методу, предложенному Стенфло, необходимо ввести некоторые поправки. Так для линий, где осуществляются переходы с начальными m_k и конечным m магнитными квантовыми числами $m_k - m_p = \pm 1$, необходимо обеспечить разные знаки у компонент данного перехода. Аналогичный анализ был проделан в данной работе относительно теории фазовой матрицы, предложенной Хаузе (1970, 1971). В этом методе необходимо обеспечить одинаковые знаки у компонент перехода $m_k = m_p$.

Критерием правильности теории, которым мы руководствовались при оценке упомянутых работ, было требование, чтобы при произвольном направлении вектора магнитного поля относительно векторов падающего и рассеянного излучения и при стремлении амплитуды магнитного поля к нулю, фазовая матрица приобретала вид обыкновенной резонансной матрицы (Чандрасекар, 1953).

Значительное развитие теория фазовой матрицы получила в ряде работ Ланди (1988). В основу им была положена строгая квантово-механическая теория эффекта Ханле, разработанная

Омонт и др.(1972,1973). Однако приводимые в работе Ланди (1988) формулы для элементов фазовой матрицы очень громоздки, хотя и удобны для использования, поскольку нет необходимости задумываться о формулах преобразования координат.

В нашей работе (Рачковский, 2005b), мы также, беря за основу квантовую теорию Омонт и др. (1972, 1873), придали фазовой матрице более математически ясный вид. Фазовая матрица была частично факторизована относительно углов рассеяния и падения излучений.

В данной работе мы более подробно, чем в (Рачковский, 2005b), рассмотрим формулировку фазовой матрицы, а также исправим некоторые ошибки, допущенные там.

Для упрощения формул выберем систему координат с осью Z параллельной вектору падающего излучения $\mathbf{F}$. Вектор рассеянного излучения $\mathbf{S}$ лежит в плоскости ZX под углом θ к оси Z, см. рис. 1.

Как мы показали ранее (Рачковский, 2005b), в системе координат, определяемой магнитным полем, т.е. когда вектор $\mathbf{B}$ параллелен оси Z, фазовая матрица записывается

$$P_B(\mathbf{F},\mathbf{S}) = \sum\nolimits_{n=0}^{2} \mathbf{H}_n(\theta_s^b)\,\mathbf{D}_n(B,H)\,\mathbf{H}_n(\theta_f^b) + \delta_{1,1}. \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{H}_n(\theta)$–диагональные матрицы, элементы которых запишем в одну строку

$$\mathbf{H}_0(\theta) = (3sin^2\theta - 2, 3sin^2\theta, 0, 2\sqrt{3}\,cos\theta),$$

$$\mathbf{H}_1(\theta) = sin\theta(cos\theta, cos\theta, 1, 1), \qquad (2)$$

$$\mathbf{H}_2(\theta) = (sin^2\theta, (1+cos^2\theta), 2cos\theta, 0).$$

Матрицы $\mathbf{D}_n(B,F)$ записываются

$$\mathbf{D}_0 = \frac{1}{8}\mathbf{E}\begin{pmatrix} 1\,1\,0\,0 \\ 1\,1\,0\,0 \\ 0\,0\,0\,0 \\ 0\,0\,0\,1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}_1 = \frac{3}{2}\mathbf{E}\begin{pmatrix} cs_1 & cs_1 & sn_1 & 0 \\ cs_1 & cs_1 & sn_1 & 0 \\ -sn_1 & -sn_1 & cs_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cs_{11} \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{D}_2 = \frac{3}{8}\mathbf{E}\begin{pmatrix} cs_2 & -cs_2 & -sn_2 & 0 \\ -cs_2 & cs_2 & sn_{2,} & 0 \\ sn_2 & -sn_2 & cs_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E3 \end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Здесь

$$cs_n = cos(nB - A_n), \quad sn_n = sin(nB - A_n), \quad n = 1,2 \qquad (4)$$

$$A_n = arcsin(\frac{n\gamma}{\sqrt(1+(n\gamma)^2)}), \quad \gamma = \frac{\omega_B}{\gamma_e}, \quad \omega_B = 2.8\cdot 10^6 \pi g_e B. \qquad (5)$$

$H-$ величина магнитного поля, g_e – фактор Ланде верхнего уровня, γ_e – постоянная затухания верхнего уровня, E_1, E_3 – квантовые коэффициенты перехода [11].

В формулах (4) B – угол при вершине треугольника BFS. Будем с достаточной общностью полагать, что углы $\theta, \theta_b, \theta_s^b$ лежат в пределах $0-\pi$. Тогда для определения дуги θ_s^b получим

$$cos\theta_s^b = cos\theta\,cos\theta_b + sin\theta\,sin\theta_b\,cos\chi_b, \quad sin\theta_s^b = \sqrt(1-cos^2\theta_s^b). \qquad (6)$$

Угол B определяется из

$$cosB = \frac{cos\theta - cos\theta_b\,cos\theta_s^b}{sin\theta_b\,sin\theta_s^b}, \quad sinB = sin\theta\,\frac{sin\chi_b}{sin\theta_s^b}. \qquad (7)$$

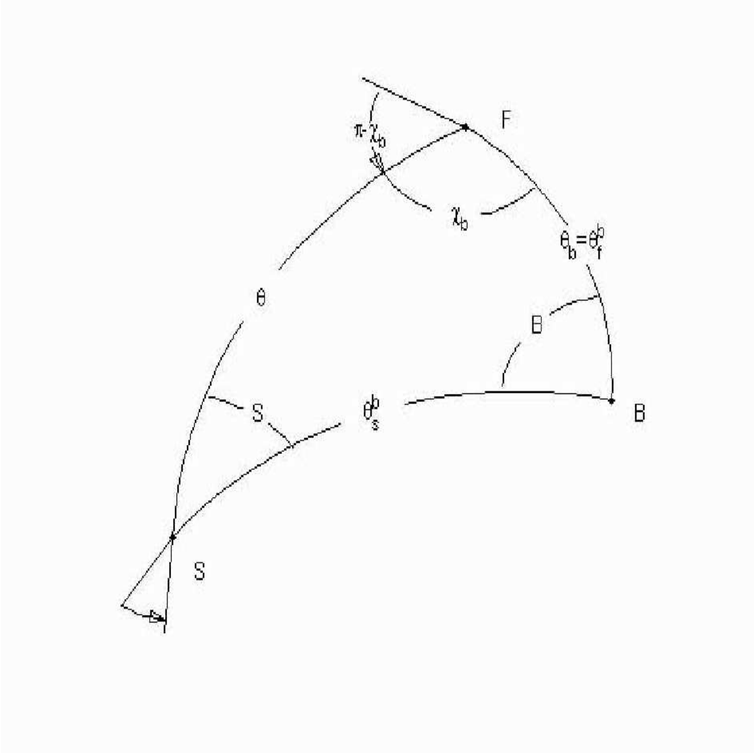

Рис. 1. Относительное расположение векторов падающего и рассеянного излучений соответственно **F**,**S** а также вектора внешнего магнитного поля **B**

В системе координат, связанной с магнитным полем $(\mathbf{Z}||\mathbf{B})$, орты $\mathbf{x}_f^b, \mathbf{x}_s^b$, определяющие поляризацию излучения, ориентированы вдоль дуг BF, BS соответственно. Преобразуем параметры Стокса падающего и рассеянного излучений к плоскости рассеяния. На рис. 1 стрелками обозначены необходимые направления вращений векторов $\mathbf{x}_f^b, \mathbf{x}_s^b$.

Можно показать, что преобразование параметров Стокса I_0, Q, U, V при повороте на угол φ против часовой стрелки, если смотреть с конца вектора излучения, имеет вид:

$$\mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos2\varphi & sin2\varphi & 0 \\ 0 & -sin2\varphi & cos2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{I}_1 = \mathbf{L}(\varphi)\, \mathbf{I}_1. \tag{8}$$

Следовательно, фазовая матрица $\mathbf{P}_R(\mathbf{F}, \mathbf{R})$ в параметрах Стокса, связанных с плоскостью рассеяния, имеет вид:

$$\mathbf{P}_R(\mathbf{F}, \mathbf{R}) = \mathbf{L}(S)\, \mathbf{P}_B(\mathbf{F}, \mathbf{R})\, \mathbf{L}(\chi_b) + \frac{4}{3}\delta_{1,1}. \tag{9}$$

Угол S определяется из треугольника FSB

$$cosS = \frac{cos\theta_b - cos\theta\, cos\theta_s^b}{sin\theta\, sin\theta_s^b}, \quad sin(S) = sin\theta_b\, \frac{sin\chi_b}{sin\theta_s^b}. \tag{10}$$

2 Фазовая матрица в сильном магнитном поле

Допустим, мы имеем достаточно сильное магнитное поле, например $H = 100gc$ и линию с параметрами $g_e = 3, \gamma_e = 10^8$. Тогда $cosA_1 \sim 0.04, cosA_2 \sim 0.02$ и в (9) мы можем пренебречь вкладом от членов, зависящих от магнитного поля. Фазовая матрица примет вид:

$$\mathbf{P}_R(\mathbf{F},\mathbf{R}) = \mathbf{L}(S)\,\mathbf{H}_0(\theta_s^b)\,\mathbf{D}_0\,\mathbf{H}_0(\theta_f^b)\mathbf{L}(\chi_b) + \delta_{1,1} \tag{11}$$

Следует отметить, что фазовая матрица в сильном магнитном поле полностью факторизуется относительно углов падающего и рассеянного излучений. Чтобы убедится в этом, представим матрицу $\mathbf{P}_R(\mathbf{F},\mathbf{R})$ в виде произведения двух матриц:

$$\mathbf{P}_R(\mathbf{F},\mathbf{R}) = \mathbf{p}_S \cdot \mathbf{p'}_F, \tag{12}$$

здесь $\mathbf{p}_S$ имеет вид:

$$\mathbf{p}_S = \mathbf{L}(S)\sqrt{\mathbf{E}}\,\mathbf{H}_0(\theta_s^b)\begin{pmatrix}1\,0\,0\\1\,0\,0\\0\,0\,0\\0\,1\,0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\,0\,1\\0\,0\,0\\0\,0\,0\\0\,0\,0\end{pmatrix}. \tag{13}$$

Аналогично записывается выражение для $\mathbf{p}_F$.

Заметим, что, хотя фазовая матрица не зависит от величины магнитного поля, она продолжает зависеть от его направления.

3 Магнитное поле нормально к поверхности атмосферы

Допустим, мы формулируем уравнение переноса излучения в атмосфере с плоско-параллельными слоями. Поскольку, вследствие симметрии задачи, излучение внутри среды не зависит от азимута, а также поляризация излучения характеризуется ортами, направленными вдоль меридиана и широты, мы можем проинтегрировать фазовую матрицу по азимуту (широте).

Имеем

$$\mathbf{P}_R(\mathbf{S},\mathbf{F}) = \mathbf{H}_0(\theta_s^b)\,\mathbf{D}_0\,\mathbf{H}_0(\theta_f^b). \tag{14}$$

Аналогично предыдущему можем записать

$$\mathbf{P}_R(\mathbf{F},\mathbf{R}) = \mathbf{p}_S \cdot \tilde{\mathbf{p}}_F, \tag{15}$$

где

$$\mathbf{p}_S = \frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{\mathbf{E}}\,\mathbf{H}_0(\theta_s^b)\begin{pmatrix}1\,0\,0\\1\,0\,0\\0\,0\,0\\0\,1\,0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\,0\,1\\0\,0\,0\\0\,0\,0\\0\,0\,0\end{pmatrix}. \tag{16}$$

Вводя обозначение $cos(\theta_s^b) = \mu$, можно получить более простое выражение для матрицы $\mathbf{p}$

$$\mathbf{p}(\mu) = \begin{pmatrix}1-3\mu^2 & 1\\ 3(1-\mu^2) & 0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}\frac{\sqrt{E_1}}{2\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}. \tag{17}$$

Выражения (16, 17) – это факторизованное представление обычной резонансной матрицы в отсутствие магнитного поля [11] для параметров I_0, Q. Таким образом, эффект Ханле в магнитном поле, нормальном к поверхности атмосферы, не работает.

4 Магнитное поле однородно по величине, но случайно ориентировано

Этот случай был рассмотрен впервые в работе Ланди (1988). Мы, интегрируя по всем направлениям выражение (9), представим несколько иную формулировку фазовой матрицы в случайно ориентированном однородном магнитном поле.

Поскольку не существует выделенного направления, решение проблемы следует искать в поляризации, отнесенной к плоскости рассеяния. В результате интегрирования (9) получаем

$$\mathbf{P}_R(\mathbf{F},\mathbf{R}) = \frac{3}{4}\cdot\mathbf{T}(H)\cdot\begin{pmatrix} \frac{1}{3}(-1+3cos^2(\theta) & -sin^2(\theta) & 0 & 0 \\ -sin^2\theta & (1+cos^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2cos\theta \end{pmatrix} + \delta_{1,1}. \tag{18}$$

Здесь обозначено

$$\mathbf{T}(H) = \begin{pmatrix} U_1(H) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_1(H) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_1(H) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_3(H) \end{pmatrix},$$

$$U_1(H) = \frac{E_1}{5}(1+2cos^2(A_1)+cos^2(A_2)), \qquad U_3(H) = \frac{E_3}{3}(1+2cos^2(A_1)).$$

Таким образом, видим, что в хаотически направленном магнитном поле фазовая матрица представляет собой обычную резонансную, у которой часть, ответственная за вклад в поляризацию, ослаблена на коэффициент $\mathbf{T}(H)$.

Литература

Степанов В.Е. // Изв. Крымск. Астрофиз. Обс. 1962. Т. 27. С. 140.
Обридко В.Н. // Астрон. журн. 1965. Т. 42. N. 1. С. 102.
Рачковский Д.Н. // Изв. Крымск. Астрофиз. Обс. 1971. Т. 43. С. 190.
Рачковский Д.Н. // Астрон. журн. 2005a. Т. 82. N. 9. С. 830.
Рачковский Д.Н. // Астрон. журн. 2005b. Т. 82. N. 8. С. 734.
Стенфло(Stenflo J.O.) // Astron. Astrophys. 1998. V. 338. P. 301.
Стенфло(Stenflo J.O.) // Solar Magnetic Fields-Polarized Radiation Diagnostic. Kluber. Dordrecht. 1994.
Хаузе(House L.L.) // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1970. V. 10. P. 909.
Хаузе(House L.L.) // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1970. V. 10. P. 1171.
Хаузе(House L.L.) // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1971. V. 11. P. 367.
Омонт и др.(Omont A., Smith E.W., Cooper J.) // Astrophys.J. 1972. V. 175. P. 185.
Омонт и др.(Omont A., Smith E.W., Cooper J.) // Astrophys. J. 1973. V. 182. P. 283.
Ланди и др.(Landi Degl'Innoctnti M., Landi Degl'Innoctnti E.) // Astron.Astrophys. 1988. V. 192. P. 374.
Чандрасекар С. // Перенос лучистой энергии. М. Изд-во иностр. лит. 1953.